

# Procedimiento gráfico para la optimización de la evacuación de un recinto.

S. Casadesús Pursals, F. Garriga Garzón

Dep. de Estadística e Inv. Operativa, ETSEIT, c/. Colom 11, 08222 Terrassa, [salvador.casadesus@upc.es](mailto:salvador.casadesus@upc.es)

Dep. de Organización de Empresas, ETSEIT, c/. Colom 11, 08222 Terrassa, [garriga@oe.upc.es](mailto:garriga@oe.upc.es)

## RESUMEN

*En el presente trabajo se estudia la optimización de la evacuación de un recinto, puede considerarse un caso particular del problema de la evacuación de edificios, se trata de un problema de una red de flujo con un solo origen y varios destinos. Se propone para la resolución un procedimiento gráfico cuando en el modelado del movimiento se consideran velocidades y flujos constantes, recorridos en las salidas y demoras en el inicio de la evacuación. Estudiar la evacuación de un recinto supone reducir el ámbito de aplicación del problema, ello permite incorporar modelizaciones recientes y más precisas del movimiento de las personas, e introducir efectos de comportamiento similares a los contemplados en algunos modelos de simulación.*

### 1. Introducción.

Son muchas las situaciones peligrosas que pueden presentarse en los edificios: Incendios, escapes de gas, nubes tóxicas en zonas inmediatas, fenómenos atmosféricos catastróficos, amenazas de bombas, reacciones colectivas incontroladas propias o como consecuencia de otros incidentes en los cuales los ocupantes buscan de forma desesperada las salidas. Ante cualquier tipo de contingencia de considerable magnitud, los ocupantes deben poder abandonar el edificio de forma rápida y segura. Para tener una respuesta adecuada y reducir las consecuencias de los siniestros se efectúan planes de emergencia, en los cuales se debe estudiar la forma más apropiada de salir de los edificios en el mínimo tiempo.

La evacuación de los ocupantes es uno de los conceptos más importantes para la seguridad en los edificios. En principio, los edificios son seguros si cumplen con unas determinadas condiciones dictadas por las normas y reglamentos de construcción y de seguridad contra incendios, en ellos se establecen las dimensiones de los elementos de evacuación: Anchuras mínimas de paso y longitud máxima de los recorridos. Sin embargo, en la relación entre los ocupantes y el recinto y quedan sin responder muchas cuestiones: ¿Cuál es el tiempo necesario para la evacuación del edificio?, ¿Cuál es la distribución hacia cada salida que consigue un tiempo de evacuación mínimo?, ¿Qué sucedería si la totalidad de ocupantes intentasen utilizar una misma salida?, ¿Cuál es el efecto de incrementar la anchura de una salida de emergencia?.

En algunos edificios es posible efectuar simulacros de evacuación: Centros educativos, ciertos centros industriales y en algunos otros casos, pero en la mayoría resulta imposible, no son viables en centros comerciales o recreativos ocupados por cientos de personas. Para resolver algunos de los aspectos planteados y tener un cierto conocimiento de la magnitud de los problemas y sus posibles soluciones resulta necesario recurrir a técnicas cuantitativas de análisis.

### 2. El problema de la evacuación de un recinto .

Los primeros autores que estudiaron el problema de la evacuación de edificios desde la perspectiva de la Investigación Operativa fueron G. N. Berlin [1] y R. L. Francis [6] [7], se les atribuye

respectivamente la utilización de redes de flujo y su formulación básica. Se trata de un problema de una red de flujo con múltiples orígenes y destinos.

Con el término “recinto” se indica una dependencia o zona de un edificio ocupada por un determinado número de personas desde la cual existe al menos un recorrido de evacuación que conduce a una zona segura. El problema resulta relevante cuando el número de ocupantes es considerable y existen varias salidas.

Sea un recinto, como el representado en la Figura 1, con  $k$  ocupantes uniformemente distribuidos y que dispone de  $n$  posibles salidas, situadas de tal forma que no exista interferencia en el movimiento de los ocupantes que se dirigen a cada una de ellas.

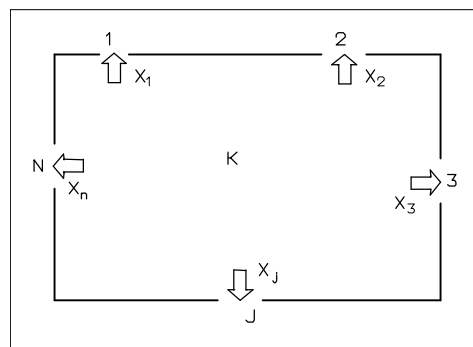


Figura 1: Ejemplo de recinto

Para cada una de las salidas,  $j = 1, 2, \dots, n$ , se conoce la función  $t_j(x_j)$   $0 \leq x_j \leq k$ .  $t_j(x_j)$  recibe el nombre de función de evacuación, indica el tiempo que tardarán en abandonar el recinto  $x_j$  personas si utilizan la salida  $j$ , es una función estrictamente creciente  $t_j(x_j) \geq 0 \forall x_j$  y  $t_j(x_j) = 0$  si  $x_j = 0$ .

El problema consiste en encontrar el número de personas  $x_j$  que deben utilizar cada salida para minimizar el tiempo total de evacuación. Si existen  $n$  salidas independientes, habrá  $n$  recorridos diferentes o rutas de evacuación, el tiempo de evacuación del recinto será la duración del recorrido más largo, definido por el instante en el cual el último ocupante alcanza el exterior.

El tiempo de evacuación se designa por  $z$ , resulta la función objetivo (1) sujeta a las restricciones definidas en (2) y (3).

$$\text{Min}(z) = \text{Max}[t_1(x_1), \dots, t_n(x_n)] \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (3)$$

Si deben salir del recinto  $k$  personas, necesariamente debe cumplirse que el número de personas evacuadas entre todas las rutas sea igual a  $k$ , el número total de ocupantes. No es posible que el número de personas que utilizan una determinada ruta sea un número negativo y además en la formulación del problema no se ha establecido que  $x_j$  sea un valor entero cuando necesariamente debe serlo.

La función de evacuación  $t_j(x_j)$ , se obtiene a partir del modelo del movimiento de las personas propuesto por J. Fruins [8]. Si en la salida  $j$  se registra un flujo específico  $f_{e,j}$  constante durante todo el tiempo que dura la evacuación, resulta el flujo  $f_j$

$$f_j = f_{e,j} w_j \quad (4)$$

Si se supone que todos los ocupantes inician la evacuación en el mismo instante la función de evacuación  $t_j(x_j)$  será

$$t_j(x_j) = \frac{x_j}{f_j} \quad (5)$$

Si existen demoras en el inicio de la evacuación y los ocupantes deben efectuar un recorrido  $l_j$  hasta la salida, en la función de evacuación se incluyen los términos  $t_{0,j}$  y  $t_{1,j}$ .

- $t_{0,j}$  indica el tiempo que demoran el inicio de la evacuación los ocupantes que utilizan la salida  $j$ . Se trata de un valor estimado que depende de diversos factores: El tipo de edificio, las características de los ocupantes, los sistemas de comunicaciones y de señalización, etc..
- $t_{1,j}$  indica el tiempo que tardan en llegar hasta la salida los ocupantes de la ruta  $j$ . Si la velocidad es constante durante el intervalo de tiempo de la evacuación y el recorrido es  $l_j$

$$t_{1,j} = \frac{l_j}{v_1} \quad (6)$$

Resulta la siguiente expresión de la función de evacuación

$$t_j(x_j) = t_{0,j} + t_{1,j} + \frac{x_j}{f_j} \quad (7)$$

### 3. Solución gráfica.

Para encontrar la solución del problema, a partir de las funciones de evacuación  $t_j(x_j)$  de cada una de las salidas, es preciso hallar sus funciones inversas  $t_j^{-1}(x_j)$  denominadas  $p_j(z)$ , indican el número de personas que pueden salir del recinto utilizando la salida  $j$  en un tiempo  $z$ .

La solución analítica puede presentar varias dificultades: Determinar las funciones inversas de evacuación  $p_j(z)$ , hallar la función de evacuación total  $P(z)$ , resolver la ecuación para un número de  $k$  ocupantes y finalmente resolver la asignación de cada salida.

Un procedimiento gráfico para la solución del problema cuando las funciones de evacuación son monótonas se debe a R. L. Francis [6]. Dicho procedimiento se ha generalizado para considerar recorridos y demoras en el inicio de la evacuación y se ha transformado para la utilización de herramientas de cálculo.

El proceso a seguir para la solución gráfica del problema es el siguiente:

1. Determinar para cada salida  $j$  la función de evacuación  $t_j(x_j)$ .
2. Obtener la función de evacuación inversa  $p_j(z)$ , basta con representar la función de evacuación  $t_j(x_j)$  situando los tiempos de evacuación  $z$  en el eje de abscisas y el número de personas  $p_j(z)$  en el eje de ordenadas.

3. Obtener y efectuar la representación gráfica de la función  $P_T(z)$ . Si las salidas son independientes, se suma los valores correspondientes de cada una de ellas representados por las funciones  $p_j(z)$ .  $P_T(z)$  indica el número total de personas que pueden salir en un tiempo  $z$ .
4. Se sitúa el valor  $k$  en el eje de ordenadas. Desde este punto se traza una línea horizontal hasta la intersección con la línea  $P_T(z)$ .
5. Desde este punto de intersección se traza una línea vertical, en el eje de abscisas se lee el tiempo necesario para la evacuación de los  $k$  ocupantes, resulta el tiempo de evacuación mínimo  $z^*$ .
6. A partir de las intersecciones de la línea vertical con las funciones  $p_j(z)$  de cada salida, se trazan líneas horizontales, en el eje de ordenadas se efectúa la lectura de la asignación  $p_j(z^*)$  que corresponde a cada salida  $j$ .

$$p_j(z^*) = x_j^* \quad (8)$$

7. Finalmente debe verificarse que se ha producido la evacuación de la totalidad de ocupantes:

$$x_1^* + \dots + x_n^* = p_1(z^*) + \dots + p_n(z^*) = k \quad (9)$$

La precisión de los resultados depende del tamaño del gráfico y de la agudeza visual de las lecturas.

#### 4. Estudio de la evacuación de un recinto.

Sea una dependencia de forma rectangular de 60 x 40 m. con una inserción en la cara inferior de 16,5 x 18 m., resulta aproximadamente una superficie total de 2100 m<sup>2</sup> y una ocupación de 610 personas, en ella existen 3 salidas independientes identificadas como 1, 2 y 3. Los ocupantes se hallan distribuidos de forma aproximadamente uniforme en todo el recinto y existen unas zonas de paso de superficie  $a_j$  ( m<sup>2</sup> ) que conducen hacia cada una de las salidas y tienen una anchura mínima  $w_j$  (m.) y un recorrido de evacuación de  $l_j$  (m.).

Las características del recinto se resumen en la siguiente tabla.

$j$	$w_j$	$l_j$	$a_j$
1	2,0	35	90
2	1,6	20	75
3	1,2	25	70

Tabla 1: Características recinto.

##### 4.1 Caso 1: No se consideran demoras ni recorridos de evacuación.

Se supone que no se producen demoras en el inicio de la evacuación, en el momento de producirse la señal de alarma,  $x_j$  ocupantes se dirigen de forma absolutamente automática al pasillo de salida  $j$ , no se consideran recorridos de evacuación, los flujos de circulación son constantes y en una sola dirección.

Se sigue el proceso detallado en el apartado 3. Se representa en la figura 2:

- Se obtienen para cada salida las funciones de evacuación  $t_j(x_j)$  y a partir de las mismas se hallan las funciones inversas  $p_j(z)$  para cada una de las salidas.

Mediante las tablas de J. Fruins [8] se determina que en las salidas se registra un flujo de 65 Pers./ m. min. La función de evacuación inversa  $p_j(z)$  de cada salida será:

$$p_1(z) = 2,17z$$

$$p_2(z) = 1,73z \quad z \geq 0$$

$$p_3(z) = 1,30z$$

- Si las salidas son independientes, no se consideran demoras ni recorridos, la función de evacuación total del recinto  $P_T(z)$  resulta:

$$P_T(z) = p_1(z) + p_2(z) + p_3(z) = 5,20z \quad z \geq 0$$

- Se sitúa en el eje de ordenadas el valor  $k = 610$ . Desde este punto se traza una línea paralela al eje de abscisas hasta el punto de intersección con la línea  $P_T(z)$ .
- Desde este punto se traza una línea vertical. En el eje de abscisas se lee el tiempo necesario para la evacuación de los 610 ocupantes, resulta el valor de  $z^* = 118$  seg.
- A partir de las intersecciones de la línea vertical con la función  $p_j(z)$  se trazan líneas horizontales que cortan el eje de ordenadas. En los puntos de intersección con dicho eje se efectúa la lectura de la asignación que corresponde a cada salida.

$$p_1(z) = 254 \text{ Pers.}$$

$$p_2(z) = 204 \text{ Pers.}$$

$$p_3(z) = 152 \text{ Pers.}$$

- Finalmente según (9) Se verifica que se ha producido la evacuación de la totalidad de los ocupantes:

$$p_1(z) + p_2(z) + p_3(z) = 254 + 204 + 152 = 610 \text{ Pers.}$$

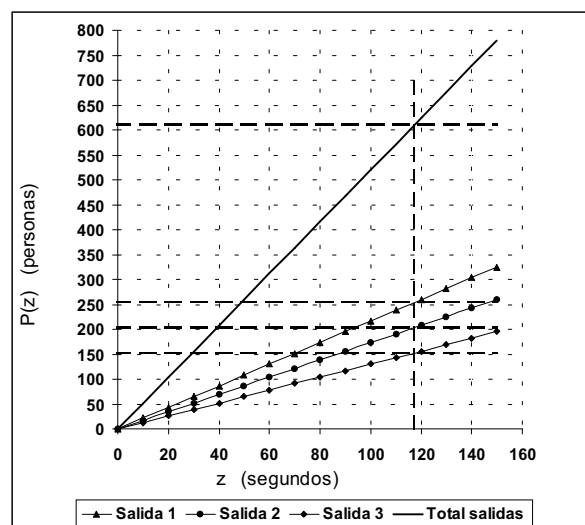


Figura 2: Solución caso 1

La solución del problema se obtiene para cualquier número de ocupantes, dentro del rango de la representación, entre 0 y 750 ocupantes aproximadamente.

#### 4.2 Caso 2: Se consideran los recorridos de evacuación.

En este caso se supone que no se producen demoras en el inicio de la evacuación, pero se consideran los recorridos  $l_j$  que deben efectuar los ocupantes del recinto para llegar hasta la salida. Se estima que la velocidad de circulación y el flujo son constantes durante todo el intervalo en que dura la evacuación: 40 m./ min. y 65 Pers./ m. min.

- Mediante la expresión (7) se obtienen las funciones de evacuación de cada salida:

$$t_1(x_1) = 52,5 + \frac{1}{2,17} x_1$$

$$t_2(x_2) = 37,5 + \frac{1}{1,73} x_2$$

$$t_3(x_3) = 30 + \frac{1}{1,30} x_3$$

- Se han obtenido y representado directamente las funciones de evacuación inversas  $p_j(z)$  y se ha hallado la función de evacuación total  $P_T(z)$ .
- Siguiendo el mismo proceso que en el caso anterior resulta la solución de la figura 3.

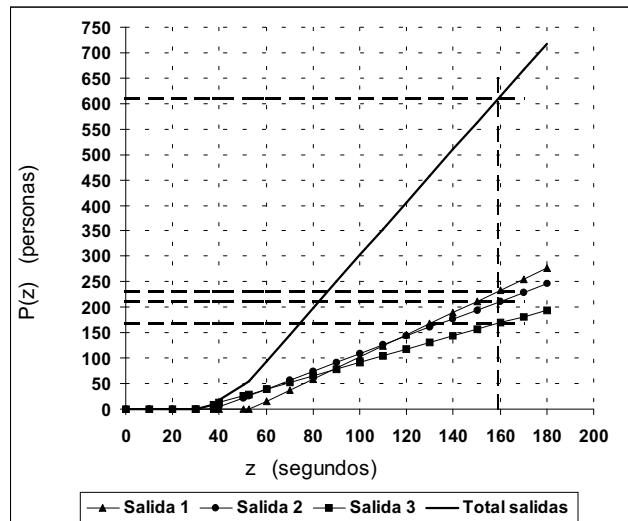


Figura 3: Solución caso 2.

- Se efectúa la lectura del tiempo de evacuación  $z^* = 159$  segundos y la asignación hacia cada salida será:

$$p_1(z) = 230 \text{ Pers.}$$

$$p_2(z) = 210 \text{ Pers.}$$

$$p_3(z) = 170 \text{ Pers.}$$

Valores cuya suma corresponde a la evacuación de la totalidad de los ocupantes del recinto.

$$p_1(z) + p_2(z) + p_3(z) = 230 + 210 + 170 = 610 \text{ Pers.}$$

#### 4.3 Caso 3: Solución si se consideran los recorridos de evacuación y demoras.

En este caso además de los recorridos de evacuación se considera que en la salida 1 se produce una demora de 25 segundos, tiempo que transcurre hasta que los ocupantes del recinto inician la evacuación hacia esta salida.

- La función de evacuación de la salida 1 será:

$$t_1(x_1) = 77,5 + \frac{1}{2,17} x_1$$

- Las funciones de evacuación de las salidas 2 y 3 serán las mismas que en el caso 2.
- Procediendo de la misma forma que en casos anteriores se obtiene la gráfica de la Figura 4

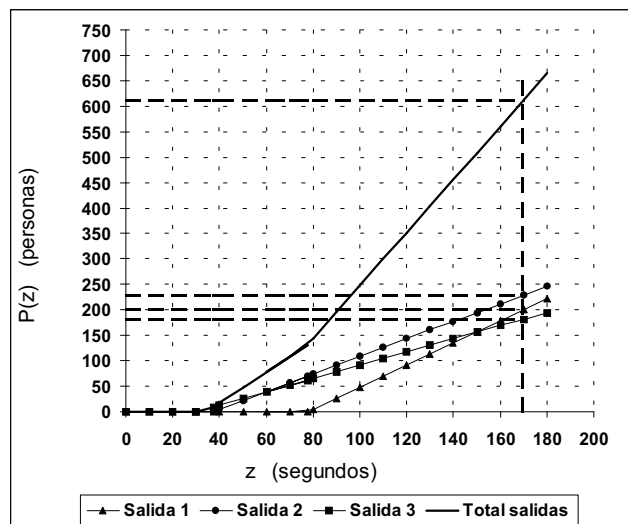


Figura 4: Solución caso 3.

- Resulta el tiempo de evacuación óptimo  $z^* = 170$  segundos.
- La distribución óptima que cumple con la condición de la evacuación de los 610 ocupantes será:

$$p_1(z) = 200 \text{ Pers.}, \quad p_2(z) = 230 \text{ Pers.}, \quad p_3(z) = 180 \text{ Pers.}$$

## 5. Conclusiones.

En el presente trabajo de una forma simple y fácil de implementar se calculan los tiempos mínimos de evacuación y la distribución óptima de los ocupantes de recintos que dispongan de varias salidas independientes. El procedimiento permite calcular cuales serían los resultados si se efectuasen cambios en: El número de ocupantes, la anchura de las salidas, los recorridos de

evacuación o bien si variase la respuesta a la señal de alarma. Las técnicas cuantitativas que se plantean en este trabajo pueden resultar muy útiles a los responsables del diseño y a los responsables de la gestión de la seguridad.

## **6. Referencias.**

- [1] Berlin, G. N., "A network analysis of building egress system", ORSA/TIMS meeting Washington, 1980, 8 p.
- [2] Brown, J. R., "The knapsack sharing problem", Operation Research 27(2), March-April 1979, p 340-355.
- [3] Casadesús, S., "Modelos matemáticos para la evacuación de edificios", Temes d'Estadística, Departament d'Estadística i Inv. Operativa, ETSEIT, UPC, Ed. EPOP, ISBN: 84-89877-00-9, Cap.V, 1997, 49 p.
- [4] Casadesús, S., "Modelos matemáticos para el estudio de la evacuación de edificios: búsqueda bibliográfica", Departament d'Organització d'Empreses, Universitat Politècnica de Catalunya, D.I.T. 98/5, 31p.
- [5] Choi, W. / Hamacher, S. / Tufekci, S., "Modeling of building evacuation problems by network flows with side constraints", European Journal of Operational Research, 35, 1988, pp. 98-110.
- [6] Francis, R. L., "A simple graphical procedure to estimate the minimum time to evacuate a building", Society of Fire Protection Engineers, Technology Report 1979-5, 1979, 14 p.
- [7] Francis, R. L., "A 'Uniformity principle' for evacuation route allocation", Journal of Research of National Bureau of Standards Vol.86 September-October, 1981, pp. 509-513.
- [8] Fruins, J. J., "Pedestrian planning and design. Elevator World", Library of Congress Catalog Number 70-159312, 1971-1987, p.206.
- [9] Galea, E. R. / Galparsoro, J. M .P., "A computer based simulation model for the prediction of evacuation from mass transport vehicles", Fire Safety Journal Vol. 22 1994, pp.341-366.