

Un modelo de PLEM para planificar la distribución de energía eléctrica en entornos urbanos

Joaquin Bautista Valhondo¹, Jordi Pereira Gude²

¹ Doctor Ingeniero Industrial, ETSII de Barcelona UPC, Diagonal 647-08028 BCN, joaquin.bautista@upc.es

² Ingeniero Organización Industrial, ETSII de Barcelona UPC, Diagonal 647-08028 BCN, jorge.pereira@upc.es

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo general de programación lineal mixta para el problema de Planificación de redes de distribución eléctrica en entornos urbanos. Se implementa el modelo para ser resuelto mediante un solver estándar y se realiza una experiencia computacional con diversas variantes del modelo general y ejemplares de tamaño medio obteniendo resultados satisfactorios.

Palabras clave: PLE, Planificación, Distribución, Flujos en redes

1. Introducción.

A partir de una revisión de la literatura dedicada al problema de planificación del sistema de distribución de energía eléctrica [5] que puede considerarse una extensión de [3], se propone un modelo para entornos urbanos mono-periodo (estático) de programación lineal mixta (*Mixed-Integer Linear Programming*) que trata conjuntamente tanto la ubicación y la dimensión de las subestaciones eléctricas, como el diseño del trazado y la dimensión de los alimentadores (red), así como otras restricciones adicionales como las debidas a la caída de tensión y la conveniencia de la radialidad en el despliegue de la red de distribución. Nuestras propuestas siguen una línea de trabajo enmarcada en los modelos de distribución de energía eléctrica que hacen uso de la programación lineal, similar a la iniciada en [1] y proseguida en [2,4].

2. Modelo Básico.

Sea $G=\{N,A\}$ el grafo asociado a la red del problema donde N representa el conjunto de cruces de calles, de puntos de ubicación de subestaciones (existentes o candidatas) y puntos de ubicación de demanda de carga (estaciones de transformación). A representa el conjunto arcos asociados a los nodos donde es factible construir tramos de alimentadores. Una solución del problema quedará determinada por un árbol del grafo (que representará la red de distribución), y un subconjunto de los vértices donde se localizan las subestaciones. Adicionalmente, cada uno de los nodos que pertenecen al árbol solución debe cumplir una serie de restricciones asociadas a la caída de tensión permisible, que conlleva a la definición de los calibres del conductor de cada arco que constituye el árbol.

A continuación se describe la nomenclatura usada en el problema. En caso de necesidad, se adjunta la unidad de medida utilizada entre corchetes.

2.1 Nomenclatura del Problema

Datos del Problema

l_{ij}	=	Longitud del arco entre los nodos i y j [m].
CX_k, CY_k	=	Coordenadas x, y del Nodo k .
N_{SE}	=	Número máximo de Subestaciones a instalarse.
$Deman_i$	=	Demanda de consumo en el nodo i [KW]. La demanda es considerada un valor negativo mientras que la generación es considerada positiva.
L_k	=	Longitud del alimentador que llega a la Subestación k [m].
R_k	=	Resistencia por unidad de Longitud para el conductor tipo k (Ω/m)
Arcs	=	Conjunto de Arcos totales.
COND	=	Conjunto de tipos de conductores.
N	=	Conjunto de Nodos totales.
N^+	=	Conjunto de Nodos asociados con la localizaciones propuestas para construir una Subestación.
N^-	=	Conjunto de Nodos asociados con las Demandas de Energía que no son localizaciones propuestas para construir una Subestación.
N^0	=	Conjunto de Nodos asociados de paso o transferencia que no son localizaciones propuestas para construir una Subestación.
AE	=	Conjunto de Arcos existentes en el sistema
SE	=	Conjunto de Subestaciones existentes en el sistema.
V_n	=	Tensión nominal de los alimentadores

Parámetros

C_1	=	Coste de instalación de los alimentadores por unidad de longitud, definido como la media del coste del sistema existente (sin considerar conductor) [€/m].
C_2	=	Coste por unidad de energía [€/KWh].
C_{3k}	=	Coste del terreno e infraestructura física necesaria para la instalación de una Subestación en el nodo k [€].
C_4	=	Coste por unidad de potencia del equipo de una Subestación [€/KWh].
C_5	=	Coste de instalación del alimentador a la Subestación por unidad de longitud [€/m].
C_{6k}	=	Coste del conductor tipo k por unidad de longitud [€/m].
M	=	Constante = $2 * V_n$
V_{\min}	=	Tensión máxima exigida por el sistema.
V_{\max}	=	Tensión mínima exigida por el sistema.

Variables

f_{ijk}	=	Flujo de potencia entre los nodos i y j a través del conductor tipo k [KW].
P_i	=	Potencia de la Subestación ubicada en el nodo i [KW].
λ_{ijk}	=	variable binaria que define la existencia del arco i - j con conductor tipo k . 1 si existe el arco entre los nodos i y j con conductor tipo k . 0 en

Y_i = caso contrario.
variable binaria que define la existencia de la subestación en el nodo i. 1 si existe la subestación en el nodo i. 0 en caso contrario.

Variables Auxiliares

F_{ij} = Flujo de potencia entre los nodos i y j [KW].

$$F_{ij} = \sum_{\forall k \in \text{Cond}} f_{ijk} \quad \forall i, j \in \text{Arcs}$$

X_{ij} = variable binaria que define la existencia del arco i-j.

$$X_{ij} = \sum_{\forall k \in \text{Cond}} \lambda_{ijk} \quad \forall i, j \in \text{Arcs}$$

Se define, también, los parámetros auxiliares que se emplean para generar cortes que permiten eliminar las variables asociadas a arcos con poca probabilidad de formar parte de una solución de alta calidad (ver apartados 3 y 4).

d_{ij} = Distancia entre el nodo i y el nodo candidato a ubicar una subestación j [m].
d_{max} = Distancia máxima del conjunto de distancias d_{ij}
K_{ijm} = Ratio de eliminación del arco (i,j) con respecto a la ubicación candidata m.

$$K_{ijm} = \frac{((d_{im} + d_{jm})/2 - 50)Z_{\max}}{d_{\max} - 50} \quad \forall \text{arcos } ij$$

2.2 Función Objetivo

El problema de planificación de sistemas de distribución involucra diversos tipos de costes. En el presente trabajo, se han tenido en cuenta los costes fijos asociados a la construcción de alimentadores y subestaciones, así como las pérdidas en los núcleos de los transformadores, y costes variables, referentes a las pérdidas por efecto Joule en los conductores, alimentadores, y los relacionados con las pérdidas de carga en los transformadores.

$$Z = \sum_{\forall k \in N^+} C_5 L_k Y_k + \sum_{\forall k \in N^+} C_3 Y_k + \sum_{\forall k \in N^+} C_4 P_k + \sum_{\forall i, \forall j} C_1 l_{ij} X_{ij} + \sum_{\forall i, \forall j} \frac{C_2 l_{ij} R_k f_{ijk}}{\sqrt{3} V_n} + \sum_{\forall i, j \in \text{arcos}} \left(l_{ij} \sum_{k \in \text{Cond}} C_{6k} \lambda_{ijk} \right)$$

El primer término corresponde al coste de construcción del sistema de alimentación que sirve a la subestación, que es función de la distancia entre la red existente y la subestación a construir.

El segundo término corresponde a los costes asociados a la compra del terreno y a la infraestructura física necesaria para la instalación de subestaciones.

El tercer término representa la instalación de equipos de control, protección y mando de las subestaciones, que pueden considerarse proporcionales a la potencia instalada de la subestación.

El cuarto término corresponde a la instalación de los accesorios de los alimentadores, (postes y herraje, zanjas, tuberías, pozos de revisión). En estos costes, no se incluye el coste asociado a la compra de conductores, ya que el coste del conductor depende de su calibre siendo éste una variable del problema.

El quinto término corresponde a las pérdidas de potencia en los alimentadores. Esta restricción ha sido linealizada ya que el numerador de la función es de naturaleza cuadrática respecto a la variable flujo.

El sexto término representa los costes de compra e instalación de conductor están relacionados con el calibre seleccionado.

2.3 Restricciones

La función objetivo esta sujeta a restricciones relacionadas con condiciones técnicas exigidas al sistema, además de un conjunto de restricciones adicionales que permiten reducir el espacio de búsqueda (pues cualquier solución óptima las cumple).

$$\sum_{\forall i \in Arcs} F_{ji} - \sum_{\forall i \in Arcs} F_{ij} = P_j + Demanda_j \quad \forall j \in N \quad (1)$$

$$X_{ij} - X_{ji} \leq 1 \quad \forall ij \in Arcs \quad (2)$$

$$\left(\lambda_{ijk} - \lambda_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \right) \quad \forall ij \in Arcs \quad (3)$$

$$\sum_{\forall ij \in Arcs} X_{ij} = 1 \quad y \quad j \in N^- \quad (4)$$

$$\sum_{\forall ij \in Arcs} X_{ij} \leq 1 \quad y \quad j \in N^0 \quad (5)$$

$$\sum_{\forall i \in N^+} P_i = \sum_{\forall j \in N^-} Demanda_j \quad (6)$$

$$\sum_{\forall i \in N^+} Y_i \leq (N - SE + |SE|) \quad (7)$$

$$X_{ij} = \sum_{\forall k \in COND} \lambda_{ijk} \quad \forall ij \in Arcs \quad (8)$$

$$F_{ij} = \sum_{\forall k \in COND} f_{ijk} \quad \forall ij \in Arcs \quad (9)$$

$$V_i - V_j \leq \sum_{\forall k \in cond} \frac{l_{ij} R_{ijk} f_{ijk}}{\sqrt{3} V_n} + M(1 - X_{ij}) \quad \forall i, j \in N \quad y \quad ij \in Arcs \quad (10)$$

$$V_i - V_j \geq \sum_{\forall k \in cond} \frac{l_{ij} R_{ijk} f_{ijk}}{\sqrt{3} V_n} - M(1 - X_{ij}) \quad \forall i, j \in N \quad y \quad ij \in Arcs \quad (11)$$

$$V_i \leq V_n Y_i + (1 - Y_i) M \quad \forall i \in N^+ \quad (12)$$

$$V_i \geq V_n Y_i - (1 - Y_i) M \quad \forall i \in N^+ \quad (13)$$

$$X_{ij} = 1 \quad \forall ij \in AE \quad (14)$$

$$Y_j = 1 \quad \forall j \in SE \quad (15)$$

$$F_{ij} \leq -C_l X_{ij} \sum_{\forall k \in N^-} Deman_k \quad \forall ij \in Arcs \quad (16)$$

$$P_i \leq -Y_i \sum_{\forall k \in N^-} Deman_k \quad \forall i \in N^+ \quad (17)$$

$$Y_i \leq P_i \quad \forall i \in N^+ \quad (18)$$

$$X_{ij} \leq F_{ij} \quad \forall ij \in Arcs \quad (19)$$

$$\left(f_{ij} \leq -\lambda_{ijk} \sum_{\forall l \in N^-} Deman_l \quad \forall k \in cond \right) \quad \forall ij \in Arcs \quad (20)$$

$$(\lambda_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond) \quad \forall ij \in Arcs \quad (21)$$

Las restricciones (1) corresponden a las Leyes de Kirchhoff, éstas se encargan de asegurar que, en cada nodo del sistema, la suma de los flujos de entrada menos la suma de los flujos de salida sea igual a la generación menos la demanda o consumo asociada al nodo. Las restricciones (2), (3), (4) y (5) aseguran la radialidad de la solución. La restricción (6) asegura que las subestaciones están en condiciones de cubrir la demanda total del sistema. Por su parte la restricción (7) limita el número de subestaciones que se pueden instalar en la red.

Las restricciones (8) y (9) permiten conectar las variables auxiliares relacionadas con la existencia del arco en la solución y el flujo que lo recorrerá, y el conjunto de variables para ese arco que dependen de los tipos de conductor.

El mantenimiento de los requerimientos mínimos impuestos a la caída de tensión, se hace cumplir mediante el conjunto de restricciones (10) y (11) analizando las variaciones de tensión entre nodos conectados en el grafo. Por su parte las restricciones (12) y (13) aseguran el cumplimiento de la tensión exigido en las subestaciones.

Las restricciones (14) y (15) definen los alimentadores y subestaciones existentes en el sistema que se debe planificar.

Las restricciones (16), (17), (18), (19), (20) y (21) son auxiliares, y se emplean para reducir la búsqueda.

En cuanto a la naturaleza y límites de las variables, se tiene:

$$0 \leq X_{ij} \leq 1 \quad \forall ij \in Arcs \quad (22)$$

$$0 \leq F_{ij} \leq \sum_{\forall i \in Nodos} Deman_i \quad \forall ij \in Arcs \quad (23)$$

$$0 \leq \lambda_{ijk} \leq 1 \quad \forall ij \in Arcs \text{ y } k \in COND \quad (24)$$

$$0 \leq f_{ijk} \leq \sum_{\forall i \in Nodos} Deman_i \quad \forall ij \in Arcs \text{ y } k \in COND \quad (25)$$

$$0 \leq Y_i \leq 1 \quad \forall i \in N^+ \quad (26)$$

$$0 \leq P_j \leq \sum_{\forall i \in N^-} Deman_i \quad \forall j \in N^+ \quad (27)$$

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad \forall i \in N \quad (28)$$

3. Variantes del modelo

Se han considerado tres variantes sobre el modelo expuesto en la sección 2. La primera, denominada modelo global con eliminación de arcos, incluye restricciones para reducir el

espacio de búsqueda, la segunda variante trata el modelo en dos partes, mientras que la tercera incluye en este proceso por partes las restricciones adicionales.

3.1 Modelo Global con Eliminación de Arcos Poco Probables

Este modelo pretende reducir el tiempo utilizado para resolver el problema mediante la inclusión de una nueva restricción, fórmula 29, que elimina los arcos dirigidos a las subestaciones, con probabilidad inversamente proporcional a la distancia desde el arco (uno de sus vértices) a los puntos que representan los posibles emplazamientos de las subestaciones; la distribución de probabilidades es tal que adopta valores cercanos a 1 para los arcos cercanos a los emplazamientos y tendente a 0 para los arcos muy alejados.

$$X_{ij} = 0 \quad \forall \text{ arco } i, j \text{ tal que } (d_{jm} > d_{im} + K_{ijm} \quad \forall m \in N^+) \quad (29)$$

3.2 Modelo en Dos Etapas

En esta variante el modelo se ha dividido en dos subproblemas que se resuelven secuencialmente. En una primera fase, asociada al primer subproblema, se determina la localización y el dimensionamiento de la Subestación así como el trazado de las rutas de los alimentadores sujetas a las restricciones de radialidad. En la segunda fase, se realiza el dimensionamiento de los conductores sujetos a las restricciones de caída de tensión máxima permitida. La segunda fase utiliza los resultados de la primera como parámetros del problema.

3.3 Modelo en Dos Etapas con Eliminación de Arcos Poco Probables

Esta variante combina las anteriores, resolviendo el problema en dos etapas y aplicando las restricciones (29) en la primera fase.

4. Experiencia computacional

Para probar el modelo presentado, incluyendo las restricciones adicionales, se resuelven siete colecciones de ejemplares formadas por diez ejemplares cada una, con dimensión comprendida entre 16 y 100 nodos; para la resolución se emplea la programación lineal mixta.

La generación de los programas lineales se ha realizado mediante una aplicación desarrollada en lenguaje C, utilizando la librería de programación lineal CPLEX, versión 6.5. Las ejecuciones se han realizado en una estación SUN Enterprise 450, con 4 procesadores con un 1GB. de memoria RAM. Para cada ejecución se determina la solución óptima o la mejor hallada tras un tiempo limitado de ejecución de 3600 segundos; también se registra el tiempo de proceso si no se ha excedido su límite.

Para cada colección de ejemplares y modelo se registra el tiempo mínimo, medio y máximo de ejecución (tabla 1), así como su desviación estándar, el número de mejores soluciones encontradas y el error (tabla 2). Dicho error se determina así: para el modelo global, se mide la diferencia entre el valor obtenido y el valor de cota inferior al que se ha llegado durante la búsqueda; para el resto de modelos, se mide la diferencia entre el valor obtenido y el suministrado por el modelo global.

Nodos	GLOBAL			GLOBAL CON RESTRICCIÓN			DOS ETAPAS			DOS ETAPAS CON RESTRICCIÓN		
	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med
16	5	145	27.9	3	111	20.9	0	1	0.2	0	1	0.2
25	68	3600	1962	53	3600	1202.9	0	3	1.4	0	1	0.4
36	677	3600	3334.3	677	3600	3334.3	1	12	4.5	0	4	1.3
49	3600	3600	3600	3600	3600	3600	4	143	39.6	1	3	1.5
64	3600	3600	3600	3600	3600	3600	79	3600	1057.8	2	60	13.3
81	3600	3600	3600	3600	3600	3600	101	3600	1829.2	2	405	123
100	3600	3600	3600	3600	3600	3600	2297	3600	3455	45	3600	1437

Tabla 1: Tiempos mínimo, medio y máximo de ejecución de los PLEs

Nodos	GLOBAL			GLOBAL CON RESTRICCIÓN			DOS ETAPAS			DOS ETAPAS CON RESTRICCIÓN		
	Desv.	Opt.	Error	Desv.	Opt.	Error	Desv.	Opt.	Error	Desv.	Opt.	Error
16	41.5	9	0.0	32.1	10	0	0.4	10	0	0.4	10	0
25	1066.3	7	0.0	1066.3	9	0	0.9	10	0	0.5	10	0.07
36	881.3	1	0.06	881.3	1	0.06	3.5	10	-0.01	1.01	10	0.18
49	3358	0	0.30	0	0	0.30	44.4	10	-0.16	0.82	10	-0.03
64	0	0	2.62	0	0	2.58	1323.9	9	-2.22	16.82	10	-1.75
81	0	0	3.78	0	0	3.59	1493.8	7	-2.90	144.97	10	-2.45
100	0*	0	4.47	0*	0	4.47	434.3	2	-2.28	1526	9	-2.89

*Para una de las instancias el algoritmo no encontró solución en el límite impuesto

Tabla 2: Desviación estándar del tiempo de ejecución de los algoritmos, número de óptimos hallados y error.

5. Conclusiones

Del análisis de los resultados obtenidos hasta el momento se extraen las siguientes conclusiones:

- Los resultados obtenidos están en sintonía con los diseños reales: las localizaciones de subestaciones, así como el trazado de alimentadores que se desprende de la aplicación de los modelos son similares a las propuestas ofrecidas por expertos.
- Los modelos y su explotación permiten automatizar las decisiones de localización y dimensionamiento de subestaciones, así como establecer las rutas y el dimensionamiento de alimentadores.
- La experiencia computacional con sistemas de hasta 100 nodos y 180 arcos obtienen soluciones de calidad en tiempos de computación aceptables.
- En la actualidad se está trabajando en mejorar el modelo estático incluyendo nuevas restricciones con el propósito de reducir el coste computacional a fin de resolver ejemplares de grandes dimensiones.
- Finalmente, se pretende ampliar en trabajos futuros el presente modelo estático incluyendo conceptos propios de la planificación de sistemas productivos, cuales son: horizonte multiperíodo, plazo de rigidez, plazo de revisión, etc.

Referencias

- [1] Adams R.N., Laughton M.A. (1974) "Optimal Planning of Networks Using Mixed-Integer Programming". *Proc. IEE*, 121, 2, 1974, pp.139-148.
- [2] Gönen T., Foote B.L. (1981) "Distributions System Planning using Mixed-Integer Programming". *IEE Proc-C*, 128, 2, 1981, pp.70-79.
- [3] Gönen T., Ramírez-Rosado I. (1986) "Review of Distributions System Planning Models: a model for optimal multi-stage planning". *IEE Proc-C*, 133, 7, 1986, pp.397-408.
- [4] Ramírez-Rosado I., Gönen T. (1991) "Pseudodynamic Planning for Expansion of Power Distribution Systems". *IEEE Trans. Power System*, 6, 1, 1991, pp.245-253.
- [5] Sempértegui R., Bautista J., Griño R., Pereira J. (2002) "Models And Procedures For Electric Energy Distribution Planning. A Review" *IFAC 2002*. Barcelona.