V Congreso de Ingeniería de Organización
Valladolid-Burgos, 4-5 Septiembre 2003

Índice

Programación de las órdenes de fabricación en una sola máquina con tiempos de preparación.*

Rodolfo de Castro[1], Ramón Companys[2], Manuel Mateo[2]
[1] Departamento de Organización, Gestión Empresarial y Diseño de Producto, EPS, U. de Girona, 17071 Girona, rudi.castro@udg.es
[2] Departamento de Organización de Empresas, ETSEIB, Universidad Politécnica de Cataluña, 08028 Barcelona, ramon.companys@upc.es
[3] Departamento de Organización de Empresas, ETSEIB, Universidad Politécnica de Cataluña, 08028 Barcelona, manel.mateo@upc.es

RESUMEN

Cada una de las órdenes de fabricación que integran la cartera de pedidos en una industria se describe mediante un artículo a fabricar, su cantidad y la fecha de vencimiento. En el caso que nos ocupa, la fabricación tiene lugar en una sola máquina y la materia prima está disponible en el instante inicial. El tiempo de proceso se compone de un tiempo de preparación y el tiempo de operación; el primero es función de la secuencia elegida de artículos, y el segundo, de la cantidad a realizar. El objetivo es establecer una secuencia que minimice la suma del retraso de todos los pedidos.

Palabras clave*: programación, secuenciación, retraso.*

1. Introducción.

La programación de operaciones en un conjunto de recursos es un problema habitual en las organizaciones productivas. Este problema alcanza mayor complejidad en aquellos entornos de trabajo conocidos como *job-shop*, donde las órdenes de fabricación pueden seguir rutas completamente distintas entre sí. Si bien en estos sistemas productivos permiten gran flexibilidad en el número de productos a realizar, gestionar las órdenes de fabricación puede complicarse bastante. Uno de los puntos clave a considerar en dicha gestión es el cumplimiento de las fechas acordadas para su entrega.

No obstante, a menudo, este problema se puede tratar de manera parcial y acotada, gracias a las planificaciones agregadas que preceden a la programación de las operaciones. Como consecuencia de estas planificaciones precedentes, el problema tratado se basa en una cartera de órdenes, y sus respectivas fechas límite de entrega. Cada una de éstas consumirá un tiempo de proceso, compuesto por el tiempo de preparación y el tiempo de operación. En caso de no cumplir una fecha de entrega, se hablará de retraso de la orden o del pedido. No obstante, gracias a los diferentes niveles de planificación, suele ocurrir que en la programación de operaciones las órdenes de fabricación sean factibles o las incidencias al respecto sean de menor enjundia.

* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por MCYT con referencia DPI2001-2169, titulado “Secuenciación de unidades con restricciones múltiples”.

En la programación de una máquina que aborda este trabajo, los condicionantes de tiempos implicados en una orden son de dos tipos. Por un lado, el tiempo de preparación es función de la secuencia de artículos, y por otro, el tiempo de operación depende de la cantidad a realizar.

2. El problema de la secuenciación de operaciones en una máquina.

2.1. Formulación del problema e hipótesis de partida.

La formulación del problema es la siguiente. Se dispone de n piezas que se deben fabricar en una única máquina. La fabricación de cada una de las piezas en la máquina se compone de un tiempo de preparación (ST) y de un tiempo de operación (p). Este problema ha sido tratado por la bibliografía ([1] y [2] entre otros). Siguiendo a Conway, Maxwell y Miller [3], se parte de la hipótesis que todas las piezas están disponibles en el instante inicial, lo que restringe el problema al planteamiento estático. Además, existen otras hipótesis aplicadas al caso que nos ocupa:

1) La máquina está disponible desde el instante 0 hasta un instante T muy grande.
2) Cuando una operación ha comenzado, debe terminarse antes de empezar otra en la máquina; no se permiten interrupciones.
3) La máquina sólo puede tratar una pieza a la vez.
4) La única restricción es la capacidad de la máquina.

Tradicionalmente, las medidas de eficiencia que se consideran son el instante de salida de la última pieza del taller (c_{max}), el tiempo medio de permanencia en el taller (F_{med}) o el retraso medio de las órdenes de fabricación (L_{med}). En esta última situación, el objetivo es cumplir con las fechas de entregas (d_i) marcadas por la planificación de producción. En caso de no poder cumplirlas, se incurrirá en un retraso ($L_i = c_i – d_i$). En el modelo utilizado para nuestro caso, se dispone de la fecha de entrega de cada trabajo, y el índice de eficiencia es la suma del retraso de todas las operaciones.

Para resolver el problema planteado, se puede recurrir a las reglas usuales para la secuenciación en una máquina (*dispatching rules*). Si no se tuvieran que considerar tiempos de preparación, la regla EDD (*Earliest Due Date*) minimizará el retraso medio (ver Conway, Maxwell y Miller [3]), mientras que la regla SPT (Shortest *Processing Time*) hará lo propio con el tiempo medio de estancia en taller de las piezas ([3]). No obstante, considerar que los tiempos de preparación dependen de la secuencia ($ST_{h,i}$) supone un condicionante añadido que hace más compleja la resolución.

El tiempo de preparación de la pieza i depende de cuál ha sido la pieza anterior (h) de la secuencia de operaciones en la máquina. Esta cuestión suele presentarse cuando las piezas tienen alguna dimensión característica que obliga a regular algunos accionamientos en la máquina. El tiempo de preparación es nulo si las piezas h e i tienen un mismo valor de dicha dimensión y positivo, si no es así. Ello conduce a la clasificación de las piezas en familias y a que los tiempos de preparación dependan de la secuencia de familias (por ejemplo, Liao and Yu [1]). La matriz de tiempos de preparación no necesita ser simétrica.

2.2. Notación y cálculo de la función objetivo.

n piezas deben recibir una operación en una máquina única, piezas y máquina están disponibles en el instante inicial. Se conoce para cada pieza *i* el tiempo de operación p_i, la fecha de vencimiento comprometida d_i y la familia a la que pertenece dicha pieza g(i). Así mismo se conocen los tiempos de preparación de la máquina cuando se pasa de fabricar piezas de una familia a las de otra (se supone que dicho tiempo es nulo cuando dos piezas sucesivas pertenecen a la misma familia). Adicionalmente y para inicializar, se conoce la familia de la última pieza tratada en la máquina, g_0.

Para cada pieza i, en función de la secuencia escogida y suponiendo una programación sin retrasos, se podrá determinar el instante en que deja el sistema c_i, y mediante la expresión (1), su retraso (T_i):

$$T_i = \max \{0; c_i - d_i\} \tag{1}$$

El objetivo consiste en minimizar la suma de los retrasos de las piezas consideradas (2). Por tanto:

$$[MIN] Z = \sum_{i=1}^{n} T_i \tag{2}$$

Como es habitual dada una permutación de las n piezas designo por *[k]* la pieza que ocupa la posición *k* en la permutación (k = 1, 2, ..., n). Sea f_k el instante en que queda libre la máquina después de realizar la operación sobre la pieza *[k]*; por tanto:

$$c_{[k]} = f_k \qquad k = 1, 2, ..., n \tag{3}$$

lo que indica que si se conocen los valores f_k la determinación de *Z* es inmediata.

Los valores pueden ser determinados, dada la permutación de las *n* piezas representada por *[k]*, mediante las expresiones recurrentes siguientes:

$$f_k = f_{k-1} + ST_{g([k-1]),g([k])} + p_{[k]} \qquad k = 1, 2, ..., n \tag{4}$$

tomando (5) como valores iniciales:

$$f_0 = 0 \qquad g([0]) = g_0 \tag{5}$$

Por consiguiente se busca una permutación *[k]* de las *n* piezas que minimiza (2) determinado a través del procedimiento definido por (4), (3) y (1); una permutación de este tipo se llamará solución óptima. Una permutación cualquiera de las *n* piezas se denominará solución posible.

3. Objetivo.

En un entorno dinámico y real, se hace a menudo obtener la información necesaria, a tiempo, y aplicar sofisticados métodos. Por ello, se pretende determinar un método sencillo para la programación de operaciones en el caso tratado y evaluar su comportamiento mediante una experiencia computacional.

El objetivo de este trabajo es evaluar algunas variantes de algoritmos que sirvan para determinar la secuencia de operaciones en una máquina con objeto de cumplir los plazos de entrega fijados. Si no es posible cumplir con todas las fechas de entrega, se debe buscar que la suma del retraso de todas las operaciones u órdenes (2) sea mínima.

Para conseguir dicha secuencia se han evaluado tres procedimientos válidos para iniciar la búsqueda de la solución a dicho problema. Posteriormente, se aplica un algoritmo de Descenso Exhaustivo (algoritmo de mejora mediante evaluación del vecindario de una solución y en los resultados).Así, se evalúan las diferencias entre abordar los ejemplares con diferentes soluciones iniciales y observar su comportamiento en las resoluciones.

4. Algoritmo de resolución.

El problema se puede abordar con diversos tipos de algoritmos heurísticos ([4], [5], [6] y [7]). Nosotros proponemos la construcción de una solución inicial de forma simple y sistemática, seguida de un procedimiento de mejora mediante optimización local. La fase de mejora del algoritmo consiste en explorar el vecindario de la solución en curso, y en caso de encontrar una solución con mejor valor de la función objetivo convertirla en nueva solución en curso. La primera solución en curso tomada es la inicial. Las iteraciones van sucediéndose mientras que la función objetivo vaya mejorando deteniéndose el proceso cuando no existe en el vecindario una solución mejor que la solución en curso.

Para obtener la solución inicial, se proponen tres estrategias, cuyo comportamiento se ha analizado en la experiencia computacional. Dado que se busca un algoritmo basado en políticas de decisión sencillas y que requiera poca información, se ha buscado diferentes soluciones iniciales "intuitivas".

Aunque es poco probable que se alcance la solución óptima, la primera estrategia para la solución inicial surge de aplicar la regla EDD. Si lo que se pretende optimizar es la suma de los retrasos, tiene sentido favorecer primero las piezas más urgentes. No obstante, mediante esta solución inicial se desestima las ventajas que suponen aprovechar tiempos de preparación reducidos por la concatenación de piezas de características similares. En cierto modo sería preferible colocar las piezas por familias, y de esta manera, aprovechar los tiempos invertidos en preparación.

De esta última idea, surge la segunda propuesta de solución inicial: disponer las piezas por familias y, además, ordenar las familias para favorecer el tiempo mínimo de cambios entre familias. Con el orden de las familias ya establecido, la secuencia dentro de cada familia sigue la regla EDD.

Ninguna de las dos estrategias contempla simultáneamente los dos factores iniciales que focalizan las soluciones, ya que los tiempos dedicados a las operaciones serán iguales en ambos casos. Así pues, se ha optado por ensayar una tercera propuesta para hallar la solución inicial, en que se intenta aglutinar ambos conceptos. Si la secuencia deseable debe estar en un compromiso entre los dos criterios, para determinar la secuencia de órdenes en la solución inicial se utiliza un índice crítico CR_i (3) para cada pieza *i*. Éste considera la fecha de entrega d_i y el tiempo de preparación $ST_{g(h),g(i)}$ (dependiente de la familia de la pieza anterior *h*) y el tiempo de operación p_i:

$$CR_i\ (t) = (d_i)/\ (ST_{g(h),g(i)} + p_i) \tag{6}$$

Esta tercera vía utiliza un índice de prioridad semidinámico

En resumen, el esquema seguido en el procedimiento de resolución de los ejemplares, una vez establecida la solución inicial mediante alguno de los tres criterios, sigue los siguientes pasos:

Paso 1: A partir de solución en curso, generar un vecindario el cual parte de la premisa de intentar adelantar en la secuencia cada una de las piezas que tiene retraso en la solución en curso. Si la pieza *[k]* está retrasada, generará *k-1* vecinas, y por lo tanto, *k-1* secuencias a evaluar.

Paso 2: Si la mejor solución del vecindario es mejor que la solución en curso, sustituye a ésta y se vuelve al Paso 1.

Paso 3: En caso contrario se cumple la condición de final.

5. Experiencia Computacional.

La experiencia computacional se ha realizado sobre 200 ejemplares del problema que constan de 15 órdenes de fabricación, que pertenecen a 4 familias diferentes.

Como datos comunes, se dispone de una matriz (tabla 1) con los tiempos de preparación en función de las familias del tipo de pieza acabada de fabricar y el tipo que va a fabricarse.

h \ i	**1**	**2**	**3**	**4**
1	0	11	7	5
2	2	0	7	7
3	9	7	0	3
4	4	5	5	0

Tabla 1: Matriz de tiempos de preparación según la familia a fabricar (*i*) y la anterior (*h*).

Tómese como ejemplo las datos del ejemplar 1.

La máquina se encuentra inicialmente preparada para tratar piezas de la familia 3. En la tabla 2, para cada orden de fabricación (*i*), se indica el tiempo de operación p_i, la fecha de entrega d_i y la familia a que pertenece g(i).

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
p_i	23	18	9	16	18	11	7	23	21	3	7	6	14	17	20
d_i	64	145	209	208	83	159	150	67	160	125	157	216	142	204	133
g(i)	4	1	2	3	2	2	3	2	3	3	1	2	4	2	3

Tabla 2: Datos referidos a cada una de las 15 órdenes de fabricación del ejemplar 1.

Un ejemplar se ha resuelto ejecutando tres veces el algoritmo del apartado anterior, con la consiguiente solución inicial según uno de los tres criterios establecidos. De la resolución de cada ejemplar se han extraído los datos aparentemente más significativos:

- Total de retraso de cada orden en la solución inicial: ΣT_i (inicial).
- Total de retraso de cada orden en la solución final: ΣT_i (final).
- Número de veces que se ha mejorado el valor de la función objetivo ΣT_i.

Estos parámetros servirán para poder comparar las tres estrategias seleccionadas para la generación de la solución inicial y extraer conclusiones para su utilización en la resolución de problemas en un entorno real.

En las tablas 3, 4 y 5 se muestran los resultados obtenidos en la resolución del ejemplar 1. En ellas se puede observar la evolución de la mejor solución en curso para cada una de las tres estrategias aplicadas para obtener una solución inicial.

	Secuencia de fabricación de órdenes															**ΣT**
Solución inicial	1	8	5	10	15	13	2	7	11	6	9	14	4	3	12	**364**
Solución final	1	8	5	6	10	15	7	13	11	2	9	4	12	3	14	**132**

Tabla 3: Evolución de la solución aplicando una estrategia EDD inicialmente en el algoritmo, para el ejemplar 1.

	Secuencia de fabricación de órdenes															**ΣT**
Solución inicial	4	7	9	10	15	1	13	3	5	6	8	12	14	2	11	**328**
Solución final	4	7	9	10	15	1	13	5	3	6	11	2	8	12	14	**285**

Tabla 4: Evolución de la solución aplicando una estrategia SPT inicialmente en el algoritmo, para el ejemplar 1.

	Secuencia de fabricación de órdenes															**ΣT**
Solución inicial	1	8	5	15	9	2	13	14	4	6	7	11	3	12	10	**603**
Solución final	1	8	5	15	9	10	7	13	6	11	2	3	12	14	4	**147**

Tabla 5: Evolución de la solución aplicando una estrategia CR inicialmente en el algoritmo, para el ejemplar 1.

En la tabla 6, se ha recopilado los siguientes resultados de la experiencia computacional:

- Número de ejemplares en que la solución inicial obtenida por un método es la mejor de las tres soluciones iniciales, según las tres respectivas estrategias.
- Número de ejemplares en que la solución inicial obtenida por un método es la peor de las tres soluciones iniciales, según las tres respectivas estrategias.
- Número de ejemplares en que la solución final obtenida por un método es la mejor de las tres soluciones, según las tres respectivas estrategias para la solución inicial.
- Número de ejemplares en que la solución final obtenida por un método es la peor de las tres soluciones, según las tres respectivas estrategias para la solución inicial.
- Porcentaje de reducción del valor de la función objetivo desde la solución inicial hasta la solución final.
- Número de iteraciones necesarias hasta llegar a la solución final.

Criterio	Nº veces mejor de las 3 soluciones iniciales	Nº veces peor de las 3 soluciones iniciales	Nº veces mejor de las 3 soluciones finales	Nº veces peor de las 3 soluciones finales	% medio reducción función objetivo	Número medio iteraciones
EDD	84	5	66	50	56,35%	7,15
SPT	116	1	27	129	34,69%	4,58
CR	0	194	107	21	82,33%	11,18

Tabla 6: Resultados medios al aplicar el algoritmo a los 200 ejemplares de la experiencia computacional.

A partir de estos resultados, se llega a las conclusiones que se exponen en el siguiente apartado.

6. Conclusiones

La gran cantidad de soluciones para un ejemplar de este tipo de problemas ($15! = 1{,}3*10^{12}$) descarta la enumeración de las mismas y aconseja recurrir a métodos, como el propuesto, para alcanzar soluciones satisfactorias en un tiempo razonable.

Las conclusiones que se pueden sacar corresponden a la valoración de los resultados alcanzados en la experiencia computacional presentada en el anterior apartado. Se debe notar que la aplicación de distintas estrategias para obtener una solución inicial en el algoritmo conlleva que se obtengan distintas soluciones finales. En este aspecto puede plantearse la necesidad de utilizar una u otra estrategia para disponer de las diferentes soluciones iniciales. Se ha resumido en cuatro las conclusiones de análisis de resultados:

- En 114 veces de los 200 ejemplares (57%), la mejor de las soluciones iniciales es la propuesta por el método que secuencia las órdenes según las familias, o sea, con el criterio SPT. Esto denota el peso del condicionante de los tiempos de preparación, y, junto a este dato, sólo en un caso la solución inicial obtenida por la secuencia SPT es la peor de las tres que se logran con los tres respectivos métodos.

- No obstante, la mejor solución final en media se consigue mediante la aplicación del algoritmo con la solución inicial basada en el método CR (53,5% de los casos, o sea 107/200). A su vez, corroborando esta conclusión, solamente en un pequeño porcentaje de los casos (10,5%) la solución final alcanzada partiendo de esta estrategia ha llevado a la peor solución alcanzada por cualquiera de las tres estrategias.

- En cuanto a la mejora de la solución, el algoritmo que parte del índice CR permite una mayor reducción media en el valor de la solución, porque este método aglutina ambos factores que condicionan el problema. Por lo tanto, corrobora el hecho que aunque se inicie el proceso evolutivo en una solución "bastante" mala, se llega a una solución final más satisfactoria que según las otras secuencias iniciales.

- El último punto a destacar se refiere al número de iteraciones utilizadas en la aplicación del algoritmo. De los resultados, se extrae la conclusión que en la estrategia que construye la solución inicial con el índice CR se aplica más veces en promedio el algoritmo (11,18 iteraciones) para llegar a una solución final. En cambio, el método de las familias basado en la secuencia SPT llega una solución final más rápidamente (4,5 iteraciones en promedio).

A la vista de las conclusiones precedentes, se puede afirmar que el hecho de utilizar una solución inicial mejor no garantiza un mejor resultado después de la fase de mejora local, Así mismo que cuando el número de iteraciones de la fase de optimización local crece la calidad de la solución final es mejor.

Este trabajo se enmarca dentro del proyecto de investigación "Secuenciación de unidades con restricciones múltiples" subvencionado por el MCYT, DPI2001-2169.

Referencias

[1] Liao, C.J.; Yu, W.C. (1996). "Sequencing heuristics for dependent setups in a continuous process industry", *Omega*, 24, pp. 649-659.

[2] Brucker, P. (1997). *Scheduling Algorithms*, Berlin: Springer.

[3] Conway, R.W.; Maxwell, W.L.; Miller, L.W. (1967). *Theory of Scheduling*. Massachussets: Addison-Wesley.

[4] França, P.; Mendes, A.; Moscato, P. (1999). "Memetic algorithms to minimize tardiness on a single machine with sequence-dependent setup times", Proceedings of *5th International Conference of the Decision Sciences Institute*, pp. 1708-1710, Athens, Greece.

[5] Akturk, M, S.; Yildirim, M. B. (1999). "A new dominance rule for the total weighted tardiness problem", *Production Planning & Control*, 10 (2), pp. 138-149.

[6] Torras, A.; Prat, M. (2002). "*Secuenciación mediante heurísticas en una industria de proceso continuo con preparaciones dependientes*". Proyecto Fin de Carrera. E.T.S. Ingeniería Industrial de Barcelona. Universitat Politècnica de Catalunya.

[7] Selis, J. (2002) "*Seqüència d'unitats amb restriccions multiples. Aplicació n/1/Ret_Max*". Proyecto Fin de Carrera. Escuela Politécnica Superior. Universitat de Girona.