VIII Congreso de Ingeniería de Organización
Leganés, 9 y 10 de septiembre de 2004

Diseño de algoritmos de calibración de matrices origen destino a partir del análisis del proceso de asignación de tráfico

Fernando Jiménez Canelada, Jesús Racero Moreno, Gabriel Villa Caro, José Manuel García Sánchez

Departamento de Organización, Universidad de Sevilla, España canelada@esi.us.es, jrm@esi.us.es, gvc@esi.us.es, jgms@esi.us.es

Resumen

Este trabajo presenta un nuevo método para la calibración de matrices O/D. Se basa en el seguimiento de los diversos pasos que se siguen en el proceso de asignación de acuerdo al algoritmo de optimización no lineal de Frank-Wolfe. Para ello es necesario conocer los valores de los pesos asignados a los diferentes caminos que constituyen la solución óptima del modelo.

El método de Frank-Wolfe, trabaja con una aproximación lineal de la función objetivo real del problema, aquella que garantiza el cumplimiento de las condiciones de Khun-Tucker. En cada paso se calcula la derivada direccional de la función objetivo, obteniéndose un parámetro que sirve para balancear los volúmenes.

Si se consigue que el método tenga memoria, esto es, se conocen estos factores de balanceamiento, se dispone de una información valiosa para explicar el reparto de viajes sobre la red. Una vez que se desea aproximar el flujo sobre un determinado tramo al flujo observado, basta con reducir o ampliar, correspondientemente, los valores de la matriz O/D que se distribuyen sobre el tramo seleccionado.

El trabajo incorpora una aplicación en la ciudad de Sevilla.

Palabras clave: Calibración matriz O/D, Asignación, Modelo lineal, Optimización

1. Introducción

El incesante incremento de desplazamientos de personas y mercancías es una característica de las sociedades modernas actuales. Este crecimiento ha modificado el estilo de vida individual y colectivo, proporcionando comodidad y libertad.

Sin embargo, este crecimiento también conlleva el problema de la frustrante congestión y los retrasos, especialmente en las grandes áreas metropolitanas, dónde la demanda de tráfico crece muy rápidamente mientras la infraestructura de transporte no puede expandirse al mismo ritmo. Este hecho conduce al llamado problema de la congestión del tráfico.

Este problema, acarrea gastos millonarios debidos tanto al consumo de combustible como a la pérdida de un gran potencial humano por los retrasos, además se produce un incremento del número de accidentes, lo cual también incrementa la congestión, y se agrava el problema de la contaminación medioambiental. La magnitud y la seriedad del problema de la congestión del tráfico son de especial interés, tanto para las autoridades, como para un gran número de agencias o sociedades, interesadas en amortiguar este problema y sus consecuencias.

1.1. Antecedentes

Una matriz O-D, es una matriz de dos dimensiones, en la que filas y columnas representan, respectivamente, zonas de origen y destino de una red de transporte, y el valor de sus elementos indica el número de viajes o desplazamientos hechos desde las zonas de origen a las de destino para un periodo de tiempo especificado. Desde la década de los setenta se han desarrollado muchos modelos para sintetizar matrices O-D, a partir de la información disponible. Nuestro objetivo es desarrollar un nuevo modelo para resolver el problema de estimación de matrices O-D, usando como información el flujo observado en algunos arcos, partiendo de una matriz O-D no óptima, que nos pueda servir como guía de la solución.

Como se indicará más adelante, este problema ya ha sido estudiado anteriormente, desde el punto de vista de la programación lineal. La diferencia con la aproximación que se aporta aquí está basada, principalmente, en el hecho de que el modelo propuesto en este estudio, pone más énfasis en la naturaleza de incertidumbre de los datos del problema. Además, de cara al propósito de su aplicación real, el procedimiento algorítmico de resolución ha sido afinado en pos de una ejecución más rápida y con mejores resultados.

1.2. Modelos Origen-Destino

La elección de una representación adecuada de la demanda del transporte cosiste en un intercambio entre la complejidad del modelo y la precisión de los datos. Por una parte, el número total de viajes en el área de estudio durante, por ejemplo, una semana, podría interpretarse como un indicador de la demanda del transporte. Obviamente, el uso práctico de tal información es limitado, suponiendo que sea útil. Por otra parte, una descripción detallada de cada viaje, incluyendo el origen, el destino, todas las paradas intermedias, la duración del desplazamiento, el propósito o la motivación del viaje, etc., proporcionaría una información suficientemente exhaustiva. Sin embargo, la factibilidad de tal colección de datos es más bien incierta, especialmente, cuanto más grande es el área de estudio. Además, si esta importante representación de la realidad estuviera disponible, la enorme cantidad de información sería poco, o nada, manejable, y la amplitud de los errores de medida serían, probablemente, inaceptables. En consecuencia, una representación razonable de la demanda estaría, más o menos, entre estos dos extremos.

La solución intermedia más usual consiste en la definición de una tabla bidimensional llamada *"matriz de la demanda o matriz origen-destino (O-D)"*, cuyas filas y columnas representan cada zona del área de estudio. Una celda de la matriz hace referencia, por lo tanto, a un par origen-destino en particular, y contiene el número total de desplazamientos realizados en el período de tiempo considerado, número que, a su vez, ha sido estimado a partir de los datos. Se han desarrollado numerosas investigaciones dedicadas a alcanzar una estimación eficiente de las matrices O-D, y a la explotación de las posibilidades de su uso.

2. Estado del arte. Enfoques

A continuación se presentan una serie de teorías, algoritmos, técnicas y métodos usados para la estimación de las matrices O-D. Así comenzaremos la reseña con una discusión del desarrollo histórico general relacionado con el tema. Serán indicados, una serie de modelos para el establecimiento de matrices O-D basados en los volúmenes de tráfico observados.

2.1. Análisis convencional

Antes de 1970, las matrices O-D, eran obtenidas mediante medidas estadísticas, tales como entrevistas en las casas, medidas oficiales y medidas a pie de carretera. Los métodos que usan esas medidas como dato para determinar las distribuciones reales de tráfico son llamados de análisis convencional. Además, la mayoría de estas aproximaciones conllevan la realización de muestreos estadísticos, con el consecuente error asociado. Así, con la evolución de la sociedad y con los rápidos cambios en las demandas de transporte, esas medidas eran más difíciles de realizar, y además cada vez era más costoso tanto en tiempo, como en esfuerzo, como desde el punto de vista económico.

Otro inconveniente de los análisis convencionales es que, como las infraestructuras y el propio tráfico son cambiantes, esos datos rápidamente quedan anticuados. Además , en la mayoría de los casos, una asignación de esta matriz a la red, puede no reproducir los flujos observados.

Los tres tipos más importantes de modelos considerados como análisis convencional son : modelos “Fratar”, modelos de Oportunidad y modelos Gravitacionales.

2.2. Modelos basados en contadores

La relación entre el tiempo de viaje y volumen de tráfico es modelado mediante la asignación de funciones de coste a los tramos del viario. Estas funciones (funciones volumen-retraso), describen, para cada tramo la relación entre la intensidad de tráfico y el tiempo de viaje. El tratamiento de los efectos de la congestión es un aspecto muy importante en la estructura de los modelos de estimación de matrices O/D. Los modelos que emplean, explícitamente, el concepto descrito anteriormente, incluyen un procedimiento de asignación para la resolución del problema.

Prácticamente todos los modelos para la estimación de la matriz O-D emplean datos históricos. En muchos casos están basados en la existencia de una matriz O/D anterior, obtenida mediante estudios de movilidad y, en otros casos, mediante la estimación de los viajes que son generados y/o atraídos entre cada par zonas.

La primera clasificación sobre modelos de estimación de matrices O/D (Tabla 1) fue realizada por Abrahamsson T. (1998), donde dependiendo de la existencia de una matriz anterior como dato de entrada al modelo y la aplicación, o no, de procedimientos que contemplen la cogestión en el viario.

Tabla 1. Datos de demanda (Pij) en línea 41

	Utilización de una matriz O/D como dato de entrada	**No Utilización de una matriz O/D como dato de entrada**
Modelado de la congestión	Le Blanc L.J. et al., 1982	Jörnsten K. et al.,1979
	WilIumsen L.G., 1984	Erlander S. et al., 1979
	Erlander S. et al., 1984	Jörnsten K. et al., 1983
	Spiess H., 1990	Fisk C.S., 1988
	Drissi-Kaïtouni O. et al., 1992	Fisk C.S., 1989
	Yang H. et al., 1992	Kawakami S. et al., 1992
No modelado de la congestión	Maher M., 1983	Van Zuylen H. et al., 1980
	Spiess H., 1987,	Cascetta E., 1984
	Tamin O.Z. et al., 1989	
	Bell M., 1991	
	Sherali H.D. et al,. 1994	
	Bierlaire M. y Toint Ph. L., 1995	

3. Calibración de matrices mediante algoritmo de asignación

Se han desarrollado muchos modelos para incluir los datos del volumen de vehículos, obtenidos mediante los dispositivos de detección, en los modelos de asignación. Sin embargo, estos modelos han tenido poco éxito debido a que el tiempo de computación y las exigencias de almacenamiento necesarias, se incrementan en la medida que aumenta el tamaño del problema.

A continuación se muestra el diseño e implementación de un modelo de calibración de matrices O-D partiendo de una asignación de tráfico. El algoritmo emplea una matriz O-D inicial y realiza una asignación de tráfico sobre la red. A partir de la diferencia de volúmenes observada en aquellos tramos en los que se conoce el volumen real que poseen, se pretende calibrar la matriz original para obtener una nueva matriz O-D que ajuste mejor los volúmenes reales. Por tanto, el algoritmo se divide en dos partes: una asignación previa y una calibración basada en los resultados de la asignación. Para la implementación del modelo se necesita un algoritmo que permita realizar una asignación de tráfico sobre la red, a partir de una matriz O-D inicial, con el fin de obtener los flujos en los tramos con puntos de medida.

3.1. Modelo de asignación de tráfico

La asignación de tráfico es el proceso que distribuye un conjunto conocido de viajes a una red de transporte. El proceso de asignación requiere como entrada una completa descripción del sistema de transporte existente y una matriz que describa los desplazamientos que se producen. La salida del procedimiento difiere del nivel de sofisticación del procedimiento de asignación, pero siempre incluye una estimación del volumen de tráfico y los tiempos o coste de viajes en cada tramo del sistema de transporte; algunas técnicas de asignación incluyen información en el interior de las intersecciones mediante la inclusión de giros.

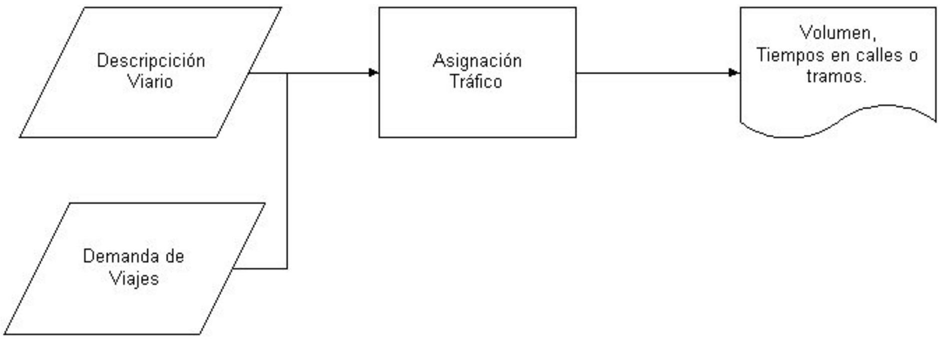

Figura 1. Procedimientos en el proceso de asignación de tráfico.

Los modelos de asignación de tráfico se caracterizan por que cumplir dos condiciones descritas por J.G. Wardrop (1952), donde se describen los principios de distribución de flujo en red: *El principio de equilibrio de usuario,* basado en el supuesto de "Todos los conductores selecciona la ruta que minimiza su coste de viaje" y *El principio de optimalidad del sistema* que indica que el tiempo total de viaje para todos los conductores es aquel que minimiza el tiempo total del sistema. Estos dos principios han sido ampliamente aceptados y se conoce como los principios de Wardrop.

El modelo matemático (1) que resuelve el problema de asignación fue descrito por Beckmann M. J. (1956), que empleando teoría de optimización no lineal, permite cumplir las dos condiciones de Wardrop, ofreciendo una solución óptima al problema e optimización no lineal desarrollado.

$$Min \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(s)ds$$

sujeto a:

$$\sum_{r \in R_{pq}} h_{pqr} = d_{pq} \qquad \forall (p,q) \in C$$

$$h_{pqr} \geq 0 \qquad \forall r \in R_{pq}, \forall (p,q) \in C \qquad (1)$$

$$\sum_{(p,q) \in C} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqra} h_{pqr} = f_a \qquad \forall a \in A$$

donde A es el conjunto calles o arcos definidos en el viario, C es un conjunto de pares origen y destino de viajes es decir la matriz de demanda de transporte, t_a función que describe el tiempo de viaje para cada calle del viario, h_{pqr} el flujo que circula por la ruta r que conecta el par $(p,q) \in C$, d_{pq} es la demanda para cada par $\forall (p,q) \in C$ y δ_{pqra} un parámetro que indica si un arco pertenece a la ruta que conecta el par $(p,q) \in C$.

La resolución óptima del modelo está basada en un procedimiento iterativo de cálculo de rutas mínimas, entre cada par $(p,q) \in C$, y reparto de viajes entre ellas.

3.2. Modelo de calibración basado en porcentajes

La calibración mediante porcentajes se basa en repartir el exceso, o defecto, de flujo en los tramos con dispositivo de conteo, entre todos los caminos que utilizan ese tramo en proporción directa al número de vehículos que cada camino aporta al flujo total asignado (Figura 2). De este modo, cada tramo con detector induce una modificación en un elemento, o más, de la matriz O-D, con el fin de reducir, en la medida de lo posible, la diferencia entre flujos reales y asignados.

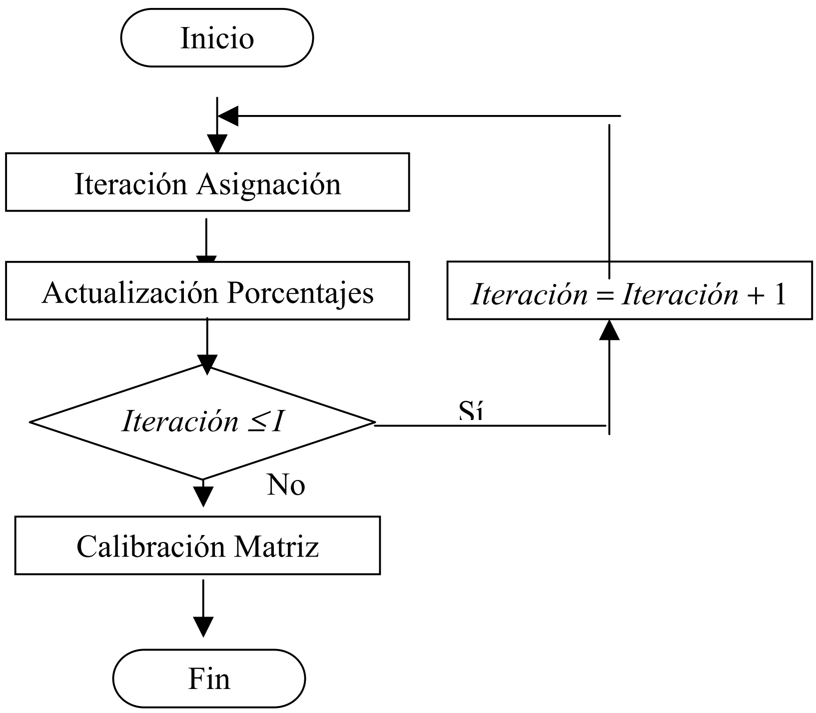

Figura 2. Algoritmo de calibración basado en porcentajes

En cada iteración, el modelo realiza una asignación basándose en el modelo de Frank-Wolfe (1956). Una vez calculada la asignación, se actualizan los porcentajes asignados a los caminos teniendo en cuenta la desviación de los flujos en los tramos con dispositivo de conteo (2). En el cálculo de los porcentajes también interviene el parámetro que dicta la aportación de los nuevos caminos, en la asignación total, en el algoritmo de Frank-Wolfe. La actualización usa el siguiente criterio:

$$\forall\ p_{ij} \mid \quad pm[l] \in p_{ij}\ , \quad \begin{cases} si\ iter = 0\ , & \gamma_l^{ij} = \lambda \\ si\ iter \neq 0\ , & \gamma_l^{ij} = \gamma_l^{ij} \cdot (1-\lambda) + \lambda \end{cases} \tag{2}$$

donde:

p_{ij} : camino, en la iteración, del nodo i al nodo j.

γ_l^{ij} : porcentaje de demanda de tráfico, v_{ij}, que pasa por el detector l.

λ : parámetro característico de la iteración que determina el reparto de vehículos en cada arco.

Así, queda constancia para cada tramo con detector, de los caminos que usan dicho tramo y del porcentaje con el que contribuyen al flujo en el tramo. Este dato se usará después para balancear las correcciones en la matriz O-D.

Una vez concluido el número de iteraciones de asignación, se concluye el método de calibración con la modificación de la matriz O-D, según el criterio expuesto. Para cada uno de los tramos con detector, se reparte la diferencia entre flujo real y asignado entre todos los caminos que usen dicho tramo, de acuerdo con los porcentajes calculados en la etapa anterior mediante la siguiente expresión:

$$v_{ij} = v_{ij} + \frac{v_{ij} \cdot \gamma_l^{ij}}{vol\_asig_l} \left(vol\_real_l - vol\_asig_l \right) \tag{3}$$

donde:

γ_l^{ij} : porcentaje de la demanda de tráfico, v_{ij} ,que pasa por el punto de medida l.

vol_real_l: flujo real en el tramo en que se encuentra el detector l.

vol_asig_l: flujo en el tramo en que se encuentra el detector l, por el algoritmo de asignación.

Se observa que el modelo de calibración basado en porcentajes trata a los tramos como si fueran independientes, sin tener en cuenta que no son componentes aislados, y que aumentar el flujo en un determinado tramo implica aumentarlo en tramos adyacentes. Por tanto, puede que algunas modificaciones sobre tramos distintos se anulen entre sí, o se sumen entre ellas, produciendo un efecto divergente no deseado. A pesar de todo, los resultados de su aplicación son positivos, como se verá más adelante.

4. Ilustración

Se han realizado pruebas con escenarios reales, en concreto sobre la ciudad de Sevilla, formada por 220 zonas, 4500 arcos y 1250 nodos. Los datos de intensidad real corresponden a 96 puntos situados en el viario (Figura 3), donde se ha contabilizado la intensidad durante las 24 horas del día. En la figura 4 se reproduce parte de esa información:

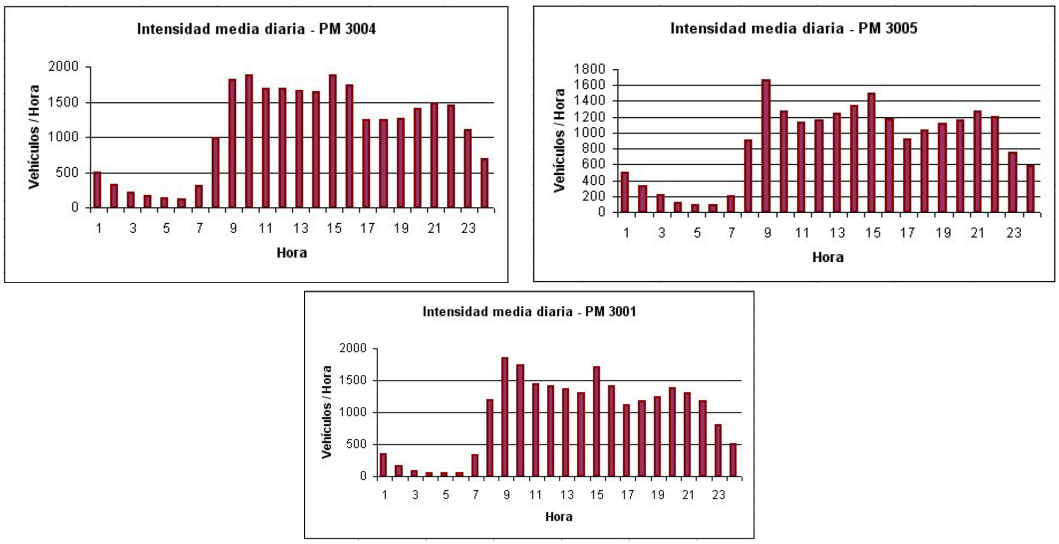

Figura 3. Puntos de medida de la avenida de la Palmera

Con el objetivo de valorar la validez de una matriz de viajes, se ha introducido el *parámetro de similitud* de dicha matriz, que indica el grado de proximidad en que se encuentra nuestra matriz, respecto de la matriz óptima, entendiendo por matriz óptima aquella que hace que la diferencia entre los volúmenes, observados y asignados sea nula. Se define el parámetro como (4):

$$similitud = 100 \times \left[1 - \frac{1}{|pm|} \sum \frac{|dif\_vol|}{vol\_real} \right] \qquad (4)$$

donde los sumatorios están extendidos hasta el número de tramos con detectores ($|pm|$). Si aplicamos la formula a los resultados, obtenemos una similitud del 64.21%.

La aplicación del algoritmo descrito, tras quince iteraciones, nos proporciona entre otros resultados(Tabla 2):

Tabla 2. Comparativa de resultados

Tramo	620	642	723	764	796	800	801	804	805	818
Volumen	1785	1119	1254	591	1528	674	512	1029	2436	1465
Dif_vol_inic	5451	3254	387	1164	335	387	112	715	473	583
Dif_vol_fina	1785	202	329	11	41	269	29	87	434	481
Mejora (%)	67.24	93.77	14.98	99.03	87.54	30.37	74.09	87.82	8.21	17.41

Tramo	820	885	911	918	924	1067	1225	1227	1230	1244
Volumen	1427	1099	944	2679	1257	194	890	3178	1312	2704
Dif_vol_inic	489	169	1172	730	164	396	776	1106	255	719
Dif_vol_fina	344	4	702	813	239	153	567	1083	207	989
Mejora (%)	29.73	97.13	40.11	11.31	46.13	61.12	26.92	2.14	18.49	37.54

donde, la primera fila indica el tramo del viario de referencia, la segunda fila recoge los volúmenes observados en los tramos, la tercera y cuarta fila reflejan, respectivamente, la diferencia entre los volúmenes observados y los volúmenes recogidos en la matriz inicial y en la matriz calibrada. Finalmente, la quinta línea nos indica el porcentaje de mejora.

Referencias

ABRAHAMSSON T. (1998) *Estimation of origin-destination matrices using traffic counts-A literature survey*.

BECKMANN, M. J., MCGUIRE C. B., WINSTEN C. B. (1956). *Studies in the Economics of Transportation*. New Haven, CT: Yale University Press.

BIERLAIRE, M. (1995) *Mathematical models for transportation demand analysis*. Facultés Universitaries Notre-Dame de la Paix de Namur. Faculté des Sciences. Départment de Mathématique.

FRANK, M. y P. WOLFE (1956). *An algorithm for quadratic programming*. Naval research logistics quarterly 3 (1-2), 95-110.

GUR, J., TURNQUIST M., SCHNEIDER M., L. LEBLANC L. y KURTH, D.(1980) "*Estimation of an Origin Destination Trip Table on Observed Link Volumes and Turning Movements*". Technical Report, FHWA.

HOLM T., JENSEN S., NIELSEN K., CHRISTENSEN A., JOHNSEN B. y RONBY G. (1976) "*Calibrating traffic models on traffic census results only*". Traffic Engineering and Control, April: 137-140.

KURTH, D., SCHENEIDER M. y GUR Y. (1979) "*Small-Area Trip Distribution Model*". Transportation Research Record 728: 35-40.

LOW, D. E. (1972) "*A New Approach to Transportation Systems Modeling*". Traffic Quarterly, 26: 391-404.

DHRUV NANDA. (1997) "*A Method to Enhance the Performance of Synthetic Origin-Destination (O-D) Trip Table Estimation Models.* Faculty of the Virginia Polyechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

NGUYEN, S. (1977) "*Estimating an OD Matrix from Network Data: A Network Equilibrium Approach*". University of Montreal Publication No. 60.

SIVANANDAN, R. (1991) "*A Linear Programming Approach for Synthesizing Origin-Destination Trip Tables From Link Traffic Volumes*". Polytechnic Institute & State University, Blacksburg, Virginia.

SHERALI, D., SIVANANDAN, R. y HOBEIKA, A.G. (1994a) "*A Linear Programming Approach for Synthesizing Origin Destination (O-D) Trip Tables from Link Traffic Volumes*". Transportation Research-B, 28B: 213-233.

SHERALI, D., SIVANANDAN, R., HOBEIKA, A.G. y NARAYANAN, A. (1994b) "*Estimating Missing Link Volumes in a Traffic Network – A Linear Programming Approach*". Presentation at the TRB Annual Meeting.

SPIESS, H. Y FLORIAN, M. (1989*), "Optimal Strategies: A New Assignment Model for Transit Networks*", Transportation Research B, Vol 23B, Nº2, 83-102.

SPIESS H. (1990) "*A gradient approach for the O-D matrix Adjustment problem*". Emme/2 Support Center. Publication #693, Centre of Research on Transportation, University of Montreal. Mayo.

VAN ZUYLEN, H. J. (1978) "*The Information Minimization Method: Validity and Applicability to Transport Planing in New Developments in Modeling Travel Demand and Urban Systems*". G. R. H. Jansen et al., Saxon, Farnborough.

WARDROP, J. G. (1952). *Some theoretical aspects of road traffic research*. Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part II 1, 325-378.

WILLUMSEN, L. G. (1978) "*Estimation of an O-D Matrix from Traffic Counts – A Review*". Working Paper 99, Institute of Transportation Studies, University of Leeds.

YANG, H., AKIYAMA, T. y SASAKI, T. (1992) "*A Neural Network Approach to the Identification of Real Time Origin-Destination from Traffic Counts*". Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence Application in Transportation Engineering, 253-269.