

## Modelo CLP reducido para una línea de producción con posibilidad de resecuenciar considerando almacenes limitados \*

Gerrit Färber, Anna M. Coves Moreno

Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales (IOC), Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), Av. Diagonal 647, Planta 11, 08028 Barcelona, España. gerrit\_faerber@gmx.de, anna.maria.coves@upc.es

### Resumen

*Este trabajo presenta el modelo CLP reducido del problema de secuenciar piezas en una línea de producción, organizado como línea de flujo. Se tiene en cuenta la posibilidad de cambiar la secuencia de piezas para estaciones con acceso a un almacén intermedio o centralizado. El acceso al almacén además está restringido, debido al tamaño de las piezas.*

**Palabras clave:** CLP, Non-permutation flowshop; Almacén limitado, intermedio y centralizado, Secuenciación.

### 1. Introducción

En los últimos años se ha visto acrecentada la necesidad de producir diferentes tipos de productos en una misma línea de producción, motivado por ofrecer una mayor variedad de productos al cliente, sin aumentar los costes, ya sean debidos a inversión en líneas o bien motivados por el stock que representaría el hecho de producir por lotes. Los productos pueden variar mucho entre ellos o pueden necesitar solamente distintas opciones. En este tipo de línea es muy importante determinar la secuencia de las piezas que entran en la línea producción.

Existen varios diseños de líneas que pueden permitir la resecuenciación, como son: utilizar grandes almacenes (ASRS), desacoplar una parte del proceso del resto de la línea, Lee and Schaefer (1997), disponer de almacenes con plazas limitadas fuera de la línea, Lahmar *et al.* (2003), existencia de líneas híbridas o flexibles, Sawik (2000), posibilitar la división y unión de líneas, Engström *et al.* (1996) o cambiar los atributos de las piezas en vez de cambiar la posición en la secuencia, Rachakonda y Nagane (2000). La resecuenciación de piezas en la línea llega a ser más efectiva cuando se presenta un tiempo o coste adicional, conocido como setup-time y setup-cost, Bolat (1994), necesario en muchos casos, si en una estación la siguiente pieza es de otro modelo.

### 2. Descripción del problema considerado

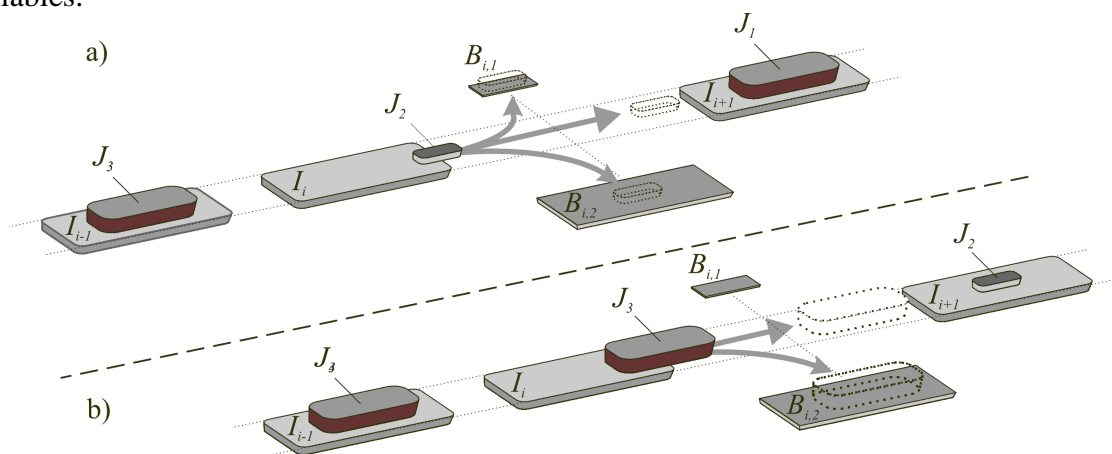
Faerber y Coves (2005) presentaron un modelo de programación por restricciones (CLP) para una línea de producción con la posibilidad de resecuenciar considerando almacenes limitados. El modelo considera la utilización de dos tipos de almacenes: intermedio o centralizado. El

---

\* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en el proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología con cofinanciación del Fondo de Desarrollo Regional con referencia DPI2004-03472, titulado "Diseño y equilibrio de líneas de montaje en entornos realistas".

acceso a un almacén está restringido por el número de plazas disponibles y el tamaño físico de los productos (figura 1). El problema incluye como función objetivo principalmente la minimización del *makespan*. Además se presenta como incorporar el *setup-cost* y *setup-time*, hecho que ocurre cada vez que en una estación existe un cambio en el modelo de la pieza para procesar.

El trabajo actual presenta una reducción considerable del modelo CLP, respecto al número de variables y a su tiempo de ejecución. El nuevo modelo utiliza una reducción en la dimensión de las variables que indican la secuencia de las piezas. Esta reducción es debida al hecho de que la secuencia de las piezas sólo puede cambiar cuando existe acceso a un almacén de resecuenciar. Esta reducción además influye considerablemente en la dimensión de otras variables.



**Figura 1.** Esquema de la línea de flujo. Las piezas  $J_j$  pasan consecutivamente por las estaciones  $I_i$ . El almacén  $B_i$  permite almacenar una pieza temporalmente con el fin de recolocar la pieza en otra posición en la secuencia. a) La pieza  $J_2$  puede pasar por cualquiera de las dos plazas  $B_{i,1}$  o  $B_{i,2}$  del almacén  $B_i$ . b) La pieza  $J_3$  solo puede pasar por la plaza  $B_{i,2}$ , con un tamaño suficientemente grande.

Además del modelo reducido, se presentan los resultados de su aplicación al estudio de ejemplares los cuales fueron obtenidos a partir de variaciones en el número de piezas. Se analizan características como el número de plazas de los almacenes y la distribución de las plazas. Se destacan las mejoras obtenidas por la introducción de almacenes de capacidad limitada. El modelo se resuelve mediante OPL Studio versión 3.7.

El problema considerado es relevante para una variedad de aplicaciones de líneas de flujo como es en el caso de la industria química, donde los pedidos de los clientes tienen diferentes volúmenes y en la misma línea existen tanques de diferentes volúmenes para resecuenciar. También, en líneas en las cuales se utilizan lotes divididos (split-lot) con el fin de investigar variaciones en los procesos, así como en la industria de semiconductores, o en la producción de casas prefabricadas, fabricando paredes grandes y pequeñas que pasan por estaciones consecutivas y donde se instalan circuitos eléctricos, saneamiento, puertas, ventanas y aislamiento.

### 3. Definición de parámetros y variables

#### Parámetros y variables comunes:

$M$	Número de estaciones	
$i, h$	Índice de estaciones	$i, h = 1, \dots, M$
$L$	Número de posibilidades de resecuenciar	

$r, t$	Índice de estaciones con posibilidad de resecuenciar	$r, t = 1, \dots, L$
$N$	Número de piezas	
$j, k$	Índice de las piezas	$j, k = 1, \dots, N$
$P_{i,j}$	Tiempo de proceso de pieza $j$ en la estación $i$	

$P_{i,j}$  es el tiempo de proceso de la pieza  $j$  en la estación  $i$ , mientras  $P_{i,[j]}$  es el tiempo de proceso de la pieza en la posición  $j$  en la estación  $i$ . Esta convención también es aplicable para las demás variables como  $s_{i,[j]}$  y  $c_{i,[j]}$ .

$s_{i,j}$	Tiempo de inicio de la pieza $j$ en la estación $i$	
$c_{i,j}$	Tiempo de terminación de la pieza $j$ en la estación $i$	
$\pi_{r,j}$	Pieza $j$ después de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ .	$r = 1, \dots, L+1$
$\pi_r$	Secuencia de piezas después de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ .	$\pi_r = \{\pi_{r,1}, \dots, \pi_{r,N}\}$
$\Gamma_i$	Indica que secuencia se utiliza en la estación $i$	$\Gamma_i = \{1, \dots, L+1\}$
$\Omega_r$	Indica el conjunto de estaciones con posibilidad de resecuenciar	$\Omega_r = \{1, \dots, M\}$
$\lambda_{r,[j],[k]}$	Indica si la pieza en la posición $k$ sucede o no a la pieza en la posición $j$ en la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ y también en la estación con posibilidad de resecuenciar $r+1$ .	$\lambda_{r,[j],[k]} \in \{0,1\}$
$A_{r,[j]}$	Indica si la pieza en la posición $j$ requiere ser extraída o no después de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ con el propósito de resecuenciar.	$A_{r,[j]} \in \{0,1\}$

#### Parámetros y variables utilizadas para consideraciones de setup:

$\mu_j$	Tipo de modelo de la pieza $j$
$SC_{f,g,i}$	Setup-Cost que ocurre en la estación $i$ , necesario para cambiar de modelo $f$ a modelo $g$
$ST_{f,g,i}$	Setup-Time que ocurre en la estación $i$ , necesario para cambiar de modelo $f$ a modelo $g$

#### Parámetros y variables utilizadas para resecuenciar con almacenes intermedios:

$D$	Número máximo de plazas de los almacenes	
$d$	Índice de las plazas de un almacén	$d = 1, \dots, D$
$\phi_j$	Tamaño físico de la pieza $j$	$\phi_j = 1, 2, \dots$
$\Phi_{r,d}$	Un almacén con un máximo de $D$ plazas, permitiendo resecuenciar, está colocado después de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ . El argumento de $\Phi_{r,d}$ determina el tamaño permitido de la pieza en la plaza $d$ .	$\Phi_{r,d} = 0, 1, \dots$
$\Delta_{r,[j],[k]}$	Indica si en el instante en que la pieza en la posición $j$ es extraída de la línea después de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ , la pieza en la posición $k$ está extraída o no temporalmente de la línea.	$\Delta_{r,[j],[k]} \in \{0,1\}$
$\psi_{r,d,[j]}$	Indica si la pieza en la posición $j$ , después de salir de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ , está asignada o no a la plaza $d$ del almacén respectivo.	$\psi_{r,d,[j]} \in \{0,1\}$
$\Psi_{r,[j]}$	El argumento de $\Psi_{r,[j]}$ indica la plaza del almacén al cual está asignada la pieza en la posición $j$ después de la estación con posibilidad de resecuenciar $r$ .	$\Psi_{r,[j]} \in \{1, \dots, D\}$

## Parámetros y variables utilizadas para resecuenciar con almacenes centralizados:

$\Phi'_d$	Un almacén con $D$ plazas, está localizado como almacén centralizado, accesible desde varias estaciones. El argumento de $\Phi'_d$ determina el tamaño máximo de una pieza que pase por la plaza del almacén.	$\Phi'_d = 0, 1, \dots$
$\Delta'_{(r-1) \cdot N + [j], (t-1) \cdot N + [k]}$	Indica si en el instante en que la pieza en la posición $j$ es extraída de la línea en la posibilidad de resecuenciar $r$ , la pieza en la posición $k$ , en la posibilidad de resecuenciar $t$ , está temporalmente guardada o no en el almacén fuera de la línea.	$\Delta'_{(r-1) \cdot N + [j], (t-1) \cdot N + [k]} \in \{0, 1\}$
$\psi'_{r,d,[j]}$	Indica si la pieza $j$ , en la posibilidad de resecuenciar $r$ , está asignada o no a la plaza $d$ del almacén centralizado.	$\psi'_{r,d,[j]} \in \{0, 1\}$
$\Psi'_{r,[j]}$	El argumento de $\Psi'_{r,[j]}$ indica la plaza del almacén centralizado al cual está asignada la pieza en la posición $j$ en la posibilidad de resecuenciar $r$ .	$\Psi'_{r,[j]} \in \{1, \dots, D\}$

### Pesos para la función objetivo:

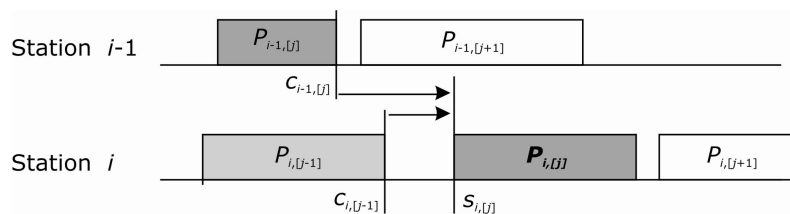
$\alpha$	Peso para el makespan	$\alpha = [0.0, \dots, 1.0]$
$\beta$	Peso para el cambio de posición de una pieza	$\beta = [0.0, \dots, 1.0]$
$\gamma$	Peso para el setup-cost	$\gamma = [0.0, \dots, 1.0]$
$\delta$	Peso para el setup-time	$\delta = [0.0, \dots, 1.0]$

## 4. Mejora computacional

Debido a la complejidad del problema en cuestión y las limitaciones resultantes del tamaño del problema, con respecto al número de estaciones y piezas, una mejora computacional del modelo propuesto en Faerber y Coves (2005) era indispensable. En un primer paso esta mejora consiste en forzar el tiempo de inicio de una cierta pieza, dependiendo de lo ocurrido anteriormente. En un segundo paso, se reduce el tamaño de las variables que están relacionadas con los almacenes para resecuenciar piezas fuera de la línea.

### 4.1. Forzar el tiempo de inicio de las piezas

Como se muestra en la figura 2, la estación  $i$  no puede empezar a procesar la pieza en la posición  $j$  ( $s_{i,[j]}$ ) antes de que la estación terminara de procesar la pieza en la posición anterior  $j-1$  ( $c_{i,[j-1]}$ ), ni antes de que la pieza terminara ser procesada en la estación anterior  $i-1$  ( $c_{i-1,[j]}$ ).



**Figura 2.** Restricciones para la pieza  $j$  en la estación  $i$ .

La introducción de forzar estas dos restricciones elimina la posibilidad de considerar soluciones que contengan un tiempo muerto innecesario para una pieza antes de que ésta

empiece a ser procesada. En comparación con el modelo anterior se presenta una mejora computacional notable.

$$s_{1,[1]} = 0 \quad (1)$$

$$s_{i,[j+1]} = s_{i,[j]} + P_{i,[j]} \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

$$s_{i+1,[1]} = s_{i,[1]} + P_{i,[1]} \quad i = 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

$$s_{i+1,[j+1]} = \max \left\{ s_{i,[j+1]} + P_{i,[j+1]}, s_{i+1,[j]} + P_{i+1,[j]} \right\} \quad i = 1, \dots, M-1; j = 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

Para que sea una solución óptima, la pieza  $J_{1,[1]}$  tiene que empezar a ser procesada en el instante 0 (1). Además, una pieza en la primera estación solamente está restringida por el tiempo de terminación de la pieza anterior (2) y una pieza en la primera posición de la secuencia, en todas las estaciones, está restringida solamente por su tiempo de terminación en la estación anterior (3). Para los demás casos se aplica la restricción (4).

### 4.3. Reducción del número de las variables

Una de las principales variables en el modelo, es la variable  $\Pi_i$ , que indica la secuencia de piezas para la estación  $i$ . En el caso en que la estación  $i$  no tenga acceso a un almacén para resecuenciar, la secuencia  $\Pi_{i+1}$  es igual a la secuencia  $\Pi_i$ . Por lo tanto, debido al hecho de que no todas las estaciones tengan acceso a almacenes para resecuenciar, la secuencia de piezas es la misma para varias estaciones consecutivas.

En vez de imponer que las secuencias de dos estaciones consecutivas sean idénticas, se puede implementar una reducción del número de variables. Sólo es necesario considerar las estaciones que tengan acceso a un almacén para resecuenciar. El índice para las secuencias resultantes es  $r$  y el número total de estaciones con acceso a almacenes para resecuenciar es  $L$ , que resulta en un máximo de  $L+1$  secuencias únicas. Esta reducción además influye considerablemente el tamaño de otras variables.

## 5. Formulación final

La formulación final incluye todas las restricciones necesarias para la programación por restricciones (CLP) para resolver, mediante OPL Studio, el problema de secuenciar piezas en una línea de flujo con la posibilidad de resecuenciar entre estaciones consecutivas. Debe precisarse que la formulación que se presenta especifica sólo las restricciones que el OPL Studio no incluye como propias en su ejecución.

Se considera que los almacenes están ubicados fuera de la línea y en un primer paso, accesibles desde una sola estación (caso del almacén intermedio). A continuación se utilizará un solo almacén, centralizado, accesible desde varias estaciones. En ambos casos se considera que una pieza, debido a su tamaño, quizás no pueda ocupar ciertas plazas del almacén ya sea intermedio o centralizado. Se incorporan las mejoras computacionales citadas en el apartado anterior: forzar el tiempo de inicio de las piezas y reducir el número de variables.

## 5.1 Almacén intermedio

El almacén intermedio está colocado entre dos estaciones consecutivas, conteniendo un número finito de plazas. Además, las plazas del almacén tienen diferentes tamaños y sólo pueden almacenar piezas de tamaño menor o igual.

$$\text{Minimizar } (s_{M,[N]} + P_{M,[N]}) \quad (5)$$

sujeto a

$$s_{1,[1]} = 0 \quad (1)$$

$$s_{i,[j+1]} = s_{i,[j]} + P_{i,[j]} \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

$$s_{i+1,[1]} = s_{i,[1]} + P_{i,[1]} \quad i = 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

$$s_{i+1,[j+1]} = \max \left\{ s_{i,[j+1]} + P_{i,[j+1]}, s_{i+1,[j]} + P_{i+1,[j]} \right\} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, M-1; \\ j = 1, \dots, N-1 \end{array} \quad (4)$$

$$\left( (s_{i,[j]} + P_{i,[j]} \leq s_{i,[k]}) \wedge (\pi_{i,[j]} < \pi_{i,[k]}) \right) \quad \forall i; \forall j, k \Big|_{j \neq k} \quad (6)$$

$$\vee \left( (s_{i,[k]} + P_{i,[k]} \leq s_{i,[j]}) \wedge (\pi_{i,[k]} < \pi_{i,[j]}) \right)$$

$$\pi_{r,[k]} = j \rightarrow \pi_{r,j} = k \quad r = 1 \dots L; \forall j, k \quad (7)$$

$$\pi_{r+1,[\pi_{r,j}]} < \pi_{r+1,[\pi_{r,k}]} \rightarrow \lambda_{r,[j],[k]} = 1 \quad \forall r; \forall j, k \Big|_{j < k} \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^N \lambda_{r,[j],[k]} \neq N-j \rightarrow \Lambda_{r,[j]} = 1 \quad \forall r, j \quad (9)$$

La función objetivo (5) es el *makespan*, las precedencias de las estaciones y de las piezas están definidas por las restricciones (1) a (14) y (6) a (7). Para determinar si una pieza requiere ser extraída de la línea de producción con el fin de reinsertarla más tarde, se utilizan las dos restricciones (8) y (9).

Una vez se han determinado las piezas que requieren ser extraídas de la línea, es necesario asegurar que en cada plaza disponible de los almacenes sólo puede ser asignada una pieza simultáneamente. Además, la pieza asignada no puede exceder al tamaño de la plaza del almacén. Se utilizan las restricciones (10) a la (14) para incluir este enfoque.

$\Delta_{r,[j],[k]}$  es igual a 1 en el caso en que la pieza en la posición  $k$  en la posibilidad de resecuenciar  $r$  está temporalmente fuera de la línea en el momento en que se extrae la pieza  $j$  de la línea. Teniendo en cuenta que el tiempo de terminación es igual a la suma del tiempo de inicio más el tiempo de proceso de la pieza  $j$  en la estación  $i$ :  $c_{i,j} = s_{i,j} + P_{i,j}$ .

$$\left( \Lambda_{r,[j]} = 1 \right) \wedge \left( \Lambda_{r,[k]} = 1 \right) \quad \rightarrow \quad \Delta_{r,[j],[k]} = 1 \quad \forall r; \forall j, k \Big|_{j \neq k} \quad (10)$$

$$\wedge \left( c_{\Omega_r,[j]} \geq c_{\Omega_r,[k]} \right) \wedge \left( c_{\Omega_r,[j]} < s_{\Omega_r+1,[k]} \right)$$

$\psi_{r,d,[j]}$  asigna la pieza en la posición  $j$  en posibilidad de resecuenciar  $r$  a la plaza  $d$  del correspondiente almacén si el tamaño de la pieza ( $\phi_j$ ) no excede el tamaño de la plaza ( $\Phi_{r,d}$ ).

$$0 \leq \psi_{r,d,[j]} \cdot (\Phi_{r,d} - \phi_{[j]}) \quad \forall r, d, j \quad (11)$$

Para asegurar que dos piezas no están asignadas a la misma plaza del mismo almacén simultáneamente,  $\psi_{r,d,[j]}$  no puede ser 1 si la pieza en la posición  $k$  está asignada a la plaza  $d$  del almacén después de la posibilidad de resecuenciar  $r$ , indicado por  $\psi_{r,d,[k]}$  y  $\Delta_{r,[j],[k]}$ .

$$\Delta_{r,[j],[k]} = 1 \rightarrow (\psi_{r,d,[j]} \neq \psi_{r,d,[k]}) \vee (\psi_{r,d,[j]} = 0) \quad \forall r, d \quad \forall j, k \Big|_{j \neq k} \quad (12)$$

La restricción (13) asegura que todas las piezas, que necesitan ser resecuenciadas, están asignadas a una plaza del correspondiente almacén.

$$\sum_{d=1}^D \psi_{r,d,[j]} = \Lambda_{r,[j]} \quad \forall r, d, j \quad (13)$$

Finalmente, resumiendo la asignación de las piezas a los almacenes, el argumento de  $\Psi_{r,[j]}$  indica la plaza del almacén al cual la pieza en la posición  $j$  está asignada después de salir de la posibilidad de resecuenciar  $r$ .

$$\Psi_{r,[j]} = \sum_{d=1}^D (d \cdot \psi_{r,d,[j]}) \quad \forall r, d, j \quad (14)$$

## 5.2 Almacén centralizado

El almacén centralizado es accesible desde varias estaciones. El beneficio de la centralización está en la reducción del espacio que ocupa el almacén. Evidentemente, dos piezas no pueden ocupar la misma plaza simultáneamente. Tanto la función objetivo, como las restricciones de las precedencias de las estaciones y de las precedencias de las piezas se mantienen, respecto al caso del almacén intermedio, de la (1) a la (9). Debido al hecho de que el almacén centralizado está accesible desde varias estaciones, las restricciones de asignación a las plazas del almacén (10) a la (14) requieren modificaciones y deberán ser sustituidas por las restricciones de la (15) a la (19).

$\Delta'$  es igual a 1 en el caso en que la pieza en la posición  $k$  después de la posibilidad de resecuenciar  $t$  está temporalmente fuera de la línea en el momento en que se extrae la pieza  $j$  después de la posibilidad de resecuenciar  $r$  de la línea.

$$\begin{aligned} & (\Lambda_{r,[j]} = 1) \wedge (\Lambda_{t,[k]} = 1) \\ & \wedge (c_{\Omega_r,[j]} \geq c_{\Omega_t,[k]}) \wedge (c_{\Omega_r,[j]} < s_{\Omega_t+1,[k]}) \end{aligned} \rightarrow \Delta'_{(r-1) \cdot N + [j], (t-1) \cdot N + [k]} = 1 \quad \begin{array}{l} \forall r, t; \\ \forall j, k \Big|_{j \neq k} \end{array} \quad (15)$$

$\psi'_{r,d,[j]}$  asigna la pieza en la posición  $j$  saliendo de la posibilidad de resecuenciar  $r$  a la plaza  $d$  del almacén centralizado si el tamaño de la pieza ( $\phi_j$ ) no excede el tamaño de la plaza del almacén ( $\Phi'_d$ ).

$$0 \leq \psi'_{r,d,[j]} \cdot (\Phi'_d - \phi_{[j]}) \quad \forall r, d, j \quad (16)$$

$\psi'_{r,d,[j]}$  indica si la pieza en posición  $j$ , después de posibilidad de resecuenciar  $r$ , tiene que pasar o no por la plaza  $d$  del almacén centralizado. Para asegurar que dos piezas no están asignadas a la misma plaza simultáneamente,  $\psi'_{r,d,[j]}$  no puede ser 1 si la pieza en posición  $k$ , después de la posibilidad de resecuenciar  $t$ , está asignada a la plaza  $d$  del almacén centralizado, indicado por  $\psi'_{r,d,[k]}$  y  $\Delta'_{(r-1) \cdot N + [j], (t-1) \cdot N + [k]}$ .

$$\Delta'_{(r-1) \cdot N + [j], (t-1) \cdot N + [k]} = 1 \rightarrow (\psi'_{r,d,[j]} \neq \psi'_{t,d,[k]}) \vee (\psi'_{r,d,[j]} = 0) \quad \forall r, t, d; \forall j, k \Big|_{j \neq k} \quad (17)$$

La restricción (18) asegura que todas las piezas, que necesitan ser resecuenciadas, están asignadas a una plaza del almacén centralizado.

$$\sum_{d=1}^D \psi'_{r,d,[j]} = \Lambda_{r,[j]} \quad \forall r, t, d \quad (18)$$

Finalmente, resumiendo la asignación de las piezas al almacén, el argumento de  $\Psi'_{r,[j]}$  indica la plaza del almacén al cual la pieza en la posición  $j$  está asignada después de salir de posibilidad de resecuenciar  $r$ .

$$\Psi'_{r,[j]} = \sum_{d=1}^D (d \cdot \psi'_{r,d,[j]}) \quad \forall r, t, d \quad (19)$$

### 5.3 Consideraciones de Setup

En el caso en que existe *setup-time*, se considera un tiempo adicional  $ST_{i, \mu_{i,j}, \mu_{i,j+1}}$  cuando en una estación  $i$  una pieza de modelo  $e$  precede una pieza de modelo  $f$ . Para considerar el *setup-time*, es necesario alterar las restricciones (1) y (4) a las de (20) y (23).

$$s_{1,[1]} = 0 \quad (20)$$

$$s_{i,[j+1]} = s_{1,[j]} + P_{1,[j]} + ST_{1, \mu_{1,j}, \mu_{1,j+1}} \quad j = 1, \dots, N-1 \quad (21)$$

$$s_{i+1,[1]} = s_{i,[1]} + P_{i,[1]} \quad i = 1, \dots, M-1 \quad (22)$$

$$s_{i+1,[j+1]} = \max \left\{ s_{i,[j+1]} + P_{i,[j+1]}, \right. \quad i = 1, \dots, M-1; \quad (23)$$

$$\left. s_{i+1,[j]} + P_{i+1,[j]} + ST_{i+1, \mu_{i+1,j}, \mu_{i+1,j+1}} \right\} \quad j = 1, \dots, N-1$$

## 6. Estudios de Comportamiento

Se estudia una línea de flujo que consta de 5 estaciones. La segunda y la tercera estación tienen la posibilidad de resecuenciar a través de almacenes intermedios fuera de la línea. La demanda es una demanda semi dinámica en la cual la secuencia de la primera estación es fija, determinada de manera aleatoria. El rango del tiempo de producción es  $[0..100]$ , para el *setup-cost* [2..8] y para el *setup-time* [1..5]. La función objetivo es la suma ponderada del *makespan* (factor 1.0) y del *setup-cost* (factor 0.3), donde para el *setup-time* no se considera un peso, pero está incluido indirectamente en el cálculo del *makespan*.



**Tabla 1.** Estudio de una línea de flujo de 5 estaciones con acceso a almacenes intermedios en la segunda y la tercera estación. Se estudia cuatro casos con 5 hasta 8 piezas. En el caso “I20” se dispone de dos plazas para la primera posibilidad de resecuenciar y cero para la segunda. En el caso de “C1” se dispone de una sola plaza centralizada con acceso desde las mismas dos estaciones que en el caso del almacén intermedio.

Piezas	Perm	Non-Perm						Cambios de Piezas					
		C1	I11	I10	I20	I01	I02	C1	I11	I10	I20	I01	I02
5	584,3	<b>579,2</b>	<b>579,2</b>	579,5	579,5	581	581	2	2	1	1	1	1
6	749,2	<b>647,9</b>	<b>647,9</b>	647,9	647,9	681,5	681,4	1	1	1	1	1	3
7	891,7	<b>887,5</b>	<b>887,5</b>	888,1	887,8	889,6	889,6	2	2	2	3	2	2
8	905,5	<b>900,1</b>	<b>900,1</b>	900,7	900,4	902,5	901,3	2	2	1	2	1	2

## 6.1. Distribución y número de las plazas de los almacenes

Como se puede ver en la tabla 1, el caso “I11”, donde cada uno de los almacenes intermedios tiene una plaza para resecuenciar, en general resulta ser la mejor solución para los tiempos y costes asumidos. El caso del almacén centralizado “C1” llega a la misma solución, con la consecuencia que en la solución del caso “I11” no hay dos piezas que requieren ser guardadas fuera de la línea simultáneamente. Para este ejemplo en particular, el primer acceso al almacén resulta ser más útil y en los casos en que se añade un segundo acceso, es decir cuando se utiliza un sólo almacén intermedio, en algún caso se obtiene una mejora adicional, pero en general el primer acceso es el que añade la mayor ganancia.

## 6.2. Limitaciones del tamaño físico de las plazas

Además de restringir el número de plazas, aquí se limita el tamaño físico, tanto de las piezas como de las plazas de los almacenes. Como caso particular se utilizan los tiempos y costes del caso anterior y se limita el tamaño físico de las piezas a 1, 2 o 3, mientras el tamaño físico de las plazas de los almacenes es 1. Así que solamente una pieza de tamaño 1 puede ser guardada temporalmente con el fin de resecuenciar ésa.

**Tabla 2.** Limitación del tamaño físico. El tamaño físico de las piezas es 1, 2 o 3, mientras el tamaño físico de las plazas de los almacenes es 1. Quiere decir que solamente una pieza de tamaño 1 puede ser guardada temporalmente con el fin de resecuenciar ésa.

Piezas	Perm	Non-Perm						Cambios de Piezas					
		C1	I11	I10	I20	I01	I02	C1	I11	I10	I20	I01	I02
5	584,3	<b>579,5</b>	<b>579,5</b>	579,5	579,5	581	581	1	1	1	1	1	1
6	749,2	<b>739,3</b>	<b>739,3</b>	739,3	739,3	749,2	749,2	1	1	1	1	0	0
7	891,7	<b>889,6</b>	<b>889,6</b>	889,9	889,9	891,1	891,1	2	2	1	1	1	1
8	905,5	<b>900,1</b>	<b>900,1</b>	900,7	900,7	902,5	902,5	2	2	1	1	1	1

Como se puede ver en la tabla 2, el caso “I11” junto con el caso “C1”, sigue obteniendo las mejores soluciones y el primer acceso es el más útil. La limitación de las plazas de los almacenes permite la posibilidad de reducir los costes de inversión. En el ejemplo de una planta química en la cual se utilizan tanques para resecuenciar los pedidos, se puede pensar en adquirir un tanque de un tamaño reducido para permitir solamente resecuenciar pedidos de un volumen reducido.

## 7. Conclusiones

El modelo CLP presentado, considera una línea de flujo con la posibilidad de resecuenciar piezas entre estaciones consecutivas, utilizando un almacén fuera de la línea. Para minimizar el espacio de almacenes el diseño considera que cada plaza está restringida por el tamaño de la pieza que pueda ser almacenada temporalmente. En un primer caso se han colocado los almacenes entre estaciones consecutivas. Después, para un beneficio adicional del espacio

dedicado a los almacenes, se ha utilizado un solo almacén centralizado, con acceso desde varias estaciones, mientras se han mantenido las restricciones de tamaño.

El nuevo modelo fuerza el tiempo de inicio de las piezas y además utiliza una reducción en la dimensión de las variables que indican la secuencia de las piezas. Esta reducción es debida al hecho de que la secuencia de las piezas sólo puede cambiar cuando existe acceso a un almacén de resecuenciar. Esta reducción además influye considerablemente en la dimensión de otras variables.

Además del modelo reducido, se han presentado los resultados de su aplicación al estudio de ejemplares los cuales fueron obtenidos a partir de variaciones en el número de piezas. Se analizan características como el número de plazas de los almacenes, la distribución de las plazas y en el ejemplo presentado existe un beneficio adicional en cuanto a la instalación de un almacén centralizado en respecto al número de plazas necesarias. Se destacan además las mejoras obtenidas por la introducción de almacenes de capacidad limitada. De todas formas hay que destacar que pueden existir costes adicionales debidos tanto a la instalación de almacenes que permitan resecuenciar piezas, como a la manipulación y traslado de piezas.

El modelo CLP se ha validado mediante OPL Studio versión 3.7 y como ejemplo concreto se han presentado los resultados para una línea de flujo de 5 estaciones, dos de ellas con posibilidades de resecuenciar, procesando de 5 a 8 piezas e incluyendo *setup-cost* y *setup-time*. El tiempo de ejecución se ha limitado a 60 segundos y en ninguno de los casos se ha superado ese tiempo. Para problemas de mayores dimensiones se ha diseñado un algoritmo genético (Genetic Algorithm), la formulación y valoración del cual está fuera del alcance de este artículo.

## Referencias

- Bolat, A. (1994). Sequencing jobs on an automobile assembly line: objectives and procedures. *International Journal of Production Research*, Vol. 32, No. 5, pp. 1219–1236.
- Engström, T.; Jonsson, D.; Johansson, B. (1996). Alternatives to line assembly: Some Swedish examples. *International Journal of Industrial Ergonomics*, Vol. 17, No. 3, pp. 235–245.
- Färber G.; Coves Moreno A. M. (2005). Modelo de programación lógica de restricciones (CLP) para una línea de producción con posibilidad de resecuenciar considerando almacenes limitados, *IX Congreso de Ingeniería de Organización*, Gijón, Spain.
- Lahmar, M.; Ergan, H.; Benjaafar, S. (2003). Resequencing and feature assignment on an automated assembly line. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 1, pp 89–102.
- Lee, H.; Schaefer, S. (1997). Sequencing methods for automated storage and retrieval systems with dedicated storage. *Computers and Industrial Engineering*, Vol.32, No.2, pp.351–362.
- Potts, C.; Shmoys, D.; Williamson, D. (1991). Permutation vs. non-permutation flow shop schedules. *Operations Research Letters*, Vol. 10, No. 5, pp. 281–284.
- Rachakonda P; Nagane S. (2000). Simulation Study of Paint Batching Problem in Automobile Industry, <http://sweb.uky.edu/~pkrach0/Projects/MFS605Project.pdf>, consultado Sept.2004
- Sawik, T. (2000). Mixed integer programming for scheduling flexible flow lines with limited intermediate buffers. *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 31, No. 13, pp. 39–52.