

Desviaciones en el diseño de una política de revisión periódica (R, S) a partir de un nivel de servicio de ciclo objetivo

M^a Eugenia Babiloni Griñón, Manuel Cardós Carboneras, José Miguel Albarracín Guillem, Marta E. Palmer Gato

Dpto. de Organización de Empresas, Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera s/n, 46022 Valencia.
mabagri@doe.upv.es, mcardos@doe.upv.es, jmalbarr@doe.upv.es, marpalga@doe.upv.es,

Resumen

El cálculo de los parámetros de un sistema de gestión de inventarios (R, S) viene determinado por los objetivos, en general de servicio que se quieren alcanzar. Cuando se utiliza el nivel de servicio de ciclo CSL para ese fin es necesario utilizar una definición de dicha medida que sea aplicable a cualquier patrón de demanda. Sin embargo la definición exacta presenta un cálculo muy complejo y por eso se utilizan aproximaciones al mismo. En este artículo se comparan los valores del stock de referencia S que se obtiene con el CSL exacto y con las aproximaciones PII y PIII o clásica. Para ello, se han utilizado datos de demanda real de una cadena de distribución de productos de consumo.

Palabras clave: revisión periódica, nivel de servicio de ciclo, determinación de parámetros

1. Introducción

Una de las medidas de servicio más utilizadas a la hora de diseñar y caracterizar un sistema de gestión de inventarios es el nivel de servicio de ciclo (CSL) que se define como la probabilidad (también conocida como P1) de no incurrir en roturas de stock durante un ciclo de reaprovisionamiento. Una rotura de stock tiene lugar cuando el stock físico disponible cae hasta el nivel cero [Silver *et al* (1998)]. Esta definición, en adelante “clásica” es útil cuando el patrón de demanda del ítem a gestionar se considera suave y cumple con las hipótesis que se requieren para la aplicación de modelos (R, S) detalladas por Silver *et al* (1998), con demanda en todos los periodos. Sin embargo, cada vez con más frecuencia aparecen ítems con patrones de demanda erráticos o intermitentes que, además de no cumplir con las hipótesis necesarias para la aplicación de modelos tradicionales, la utilización de la definición clásica del CSL para diseñar el sistema puede provocar importantes desviaciones en la determinación de los parámetros del mismo.

Cardós *et al* (2006) proponen una nueva definición del CSL, referida en adelante como exacta, como la probabilidad de que la demanda durante el ciclo de reaprovisionamiento sea satisfecha con el stock disponible. Al contrario que la definición clásica, la exacta: (1) tiene

* Este trabajo forma parte del proyecto GEMA financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Ref. DPI 2007-65441.

en cuenta explícitamente a la demanda y (2) aplica incluso cuando no existe demanda en el ciclo de reaprovisionamiento y el stock físico disponible es igual a cero. Es decir, sea z_0 el nivel de inventario al principio del ciclo y D_R la demanda durante dicho ciclo, según la definición exacta el nivel de servicio de ciclo se calcula como:

$$CSL(z_0) = P(D_R \leq z_0 | D_R > 0) = \frac{P(0 < D_R \leq z_0)}{P(D_R > 0)} = \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (1)$$

Con este método es posible computar exactamente el CSL siempre que el proceso se considere estacionario y la demanda asimilable a una distribución de probabilidad discreta *i.i.d.* Sin embargo el cálculo exacto del CSL como en (1) requiere de un gran esfuerzo computacional ya que se necesita conocer la probabilidad de cada nivel de inventario al inicio del ciclo. Por este motivo en un estudio posterior Cardos y Babiloni (2007) proponen algunas aproximaciones al cálculo exacto, entre las que se incluye la clásica. El objetivo de este artículo es evaluar como afecta el uso de dichas aproximaciones cuando se utilizan para la determinar el parámetro S de una política de revisión periódica (R, S) (Figura 1) conocido R , a partir de un nivel de servicio objetivo, aplicado a datos reales.

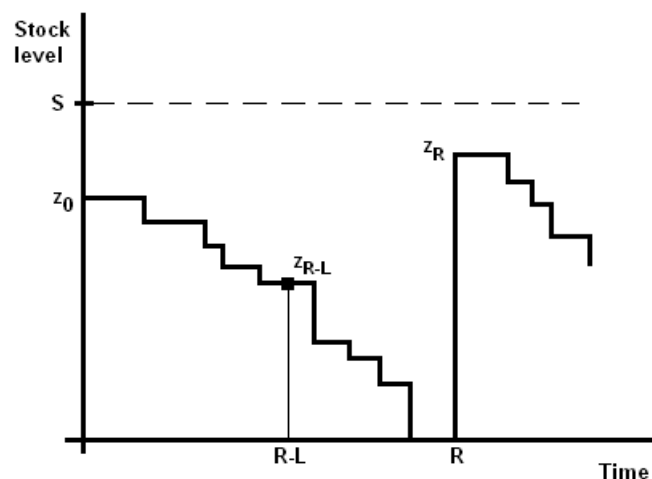


Figura 1. Evolución del stock físico en un sistema de revisión periódica (R, S)

Adicionalmente se asume que: (a) no se puede diferir demanda; (b) la orden de reaprovisionamiento se computa al final del periodo en el que se recibe; (c) $L < R$. La notación utilizada en el resto del artículo se presenta a continuación:

- S = Stock de referencia
- R = Periodo de revisión y ciclo de reaprovisionamiento
- z_t = Stock físico en t desde la primera recepción,
- D_t = Demanda acumulada durante t periodos consecutivos
- $f_t(\cdot)$ = Función de densidad de la demanda en t ,
- $F_t(\cdot)$ = Función de distribución acumulada de la demanda durante t periodos,

El artículo se organiza como sigue. En la sección 2 se resumirá brevemente cómo se calcula el CSL exacto, así como las aproximaciones al mismo. En la sección 3 se presentará el análisis de los datos reales así como el diseño del experimento llevado a cabo. En la sección 4 se

analizarán y discutirán los resultados del experimento. Por último en la sección 5 se resumirán las principales conclusiones y se marcarán algunos puntos de investigación futura.

2. Cálculo Exacto y aproximaciones

Para calcular el nivel de servicio de ciclo como en (1) con independencia del nivel de stock z_0 es necesario conocer las probabilidades de todos los posibles niveles de inventario al principio del ciclo. Luego en general el CSL según Cardós *et al* (2006) se calcula como:

$$CSL = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \times CSL(z_0) = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \times \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2)$$

El gran esfuerzo de cálculo requerido para calcular el CSL como en (2) ha motivado la asunción de ciertas hipótesis que lleven a simplificar el cálculo del CSL. Cardos y Babiloni (2007) derivan tres aproximaciones matemáticas, denominadas PI, PII y PIII o clásica. Dichas aproximaciones sustituyen el cálculo de CSL como en (2) por las expresiones:

$$PI = \sum_{z_0=1}^S f_L(S - z_0) \times \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (3)$$

$$PII = P(D_R \leq S - D_L | D_R > 0) = \frac{P(0 < D_R \leq S - D_L)}{P(D_R > 0)} = \frac{F_{R+L}(S) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (4)$$

$$PIII = P(D_{L+R} \leq S) = F_{L+R}(S) \quad (5)$$

Cardos y Babiloni (2007) demuestran que, las aproximaciones PI y PII tienen un comportamiento muy similar por lo que para el propósito de este artículo únicamente se comparan las aproximaciones PII y PIII.

3. Diseño del experimento

3.1. Descripción de la muestra

La muestra perteneciente a una cadena de distribución de productos de consumo está formada por un total de 6.643 artículos, clasificados por volumen de ventas tal y como se muestra en la Tabla 1. Los datos de demanda por ítem vienen recogidos en semanas, con un número de periodos total de 53 semanas.

Tabla 1. Clasificación por volumen de la muestra

	Artículos		Unidades	
	número	%	número	%
AA	257	4%	82.495	40%
A	1.200	18%	83.417	40%
B	1.788	27%	31.290	15%
C	3.398	51%	11.471	5%
TOTAL	6.643	100%	208.673	100%

3.2. Experimentación

Para determinar el stock de referencia de una política (R, S) conocido el periodo de revisión para un nivel de servicio de ciclo objetivo, es necesario asimilar la demanda de cada ítem a una función de distribución. Escoger qué función de distribución es la más adecuada para cada ítem no es una tarea fácil. Con ese propósito, previamente se ha realizado un estudio sobre el patrón de demanda de cada uno de los ítems analizados. Para ello se ha utilizado el modelo de categorización propuesto por Syntetos *et al* (2005), en el que el patrón de demanda de un ítem se clasifica según el coeficiente de variación del tamaño de las órdenes de demanda (CV) y el intervalo medio entre demandas no nulas (p) (Figura 2).

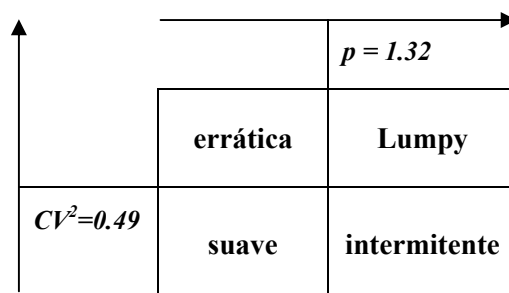


Figura 2. Categorización de la demanda según Syntetos et al. (2005)

Aplicando la categorización de Syntetos et al. (2005) en la Tabla 2 se puede observar que más del 80% de los ítems se categorizan como intermitentes. Para los ítems con demanda intermitente se justifica la utilización de distribuciones de probabilidad compuestas, teóricamente al menos, ya que pueden representar mediante dos distribuciones distintas la incidencia de demanda y el tamaño de la misma. Según algunos estudios previos, la distribución Binomial Negativa, entendida como una distribución de Poisson compuesta, satisface este propósito, y es por ello seleccionada para representar la demanda durante el periodo de aprovisionamiento Syntetos y Boylan (2006). Para aquellos ítems cuya media y varianza estén muy próximos, es decir cuya diferencia no sea superior a un 10% de la media, la demanda durante el ciclo se representa con una distribución de Poisson [Silver *et al* (1998)]. Para la determinación de los parámetros de ambas distribuciones se utiliza el método de los momentos [Peña (2008)].

Tabla 1. Categorización de la muestra

	Suave	Errático	Intermitente	Lumpy	TOTAL
AA	155	80	12	10	257
A	218	34	757	191	1.200
B	0	0	1.714	74	1.788
C	0	0	3.380	18	3.398
TOTAL	373	114	5.863	293	6.643

El experimento se ha llevado a cabo para un periodo de revisión R igual a 2 semanas y para un plazo de reaprovisionamiento L de 1 semana. Los niveles de servicio de ciclo objetivo utilizados en el análisis son 0.60, 0.75 y 0.90. En la Figura 3 se representa de forma esquemática el experimento llevado a cabo, que ha sido programado en JAVA.

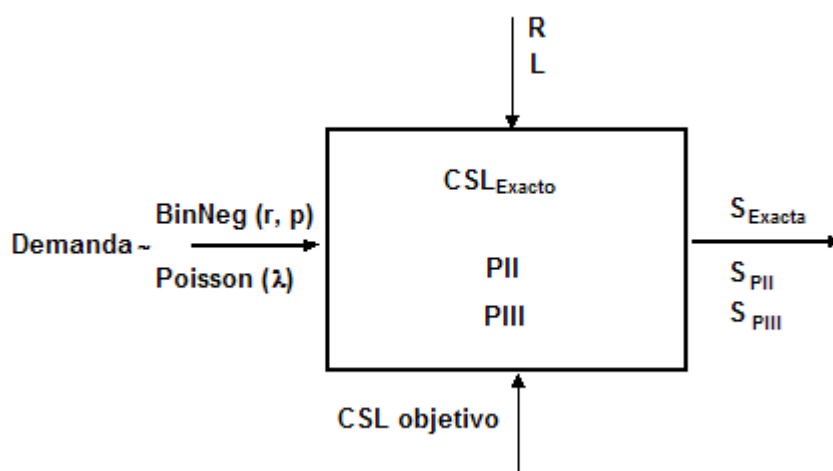


Figura 3. Esquema de la simulación realizada

4. Resultados y discusión

Los resultados se han analizado en términos de unidades desviadas entre los valores de S obtenidos con PII y PIII y los obtenidos con el CSL exacto, para cada CSL objetivo. Las desviaciones negativas significan en la práctica que el valor del stock de referencia calculado con las aproximaciones subestima el exacto. Las positivas por el contrario indican que se sobreestima.

En las Tablas 2, 3 y 4 se presenta el análisis descriptivo de las desviaciones, por tipo de artículo, para cada CSL respectivamente. Como se puede observar, siempre la aproximación PII ofrece mejores resultados que la PIII, proporcionando en cada caso un mayor número de artículos para los cuales la desviación es cero. De los resultados se extrae también que la PII es más conservadora que la PIII, entendiéndose por conservadora aquella que tiende a sobreestimar el valor del stock de referencia frente al exacto, lo cual si bien se vería reflejado

en un aumento del inventario medio por ciclo, no repercutiría en el nivel de servicio, que sería superior en cualquier caso.

Para un CSL igual a 0.60, PII pasa de presentar sólo desviaciones positivas cuando el ítem es AA, a disminuir éstas y aumentar las negativas según el ítems pasa a ser A, B y C. El comportamiento de PIII es similar, aunque aparecen desviaciones negativas también para ítems tipo AA.

Tabla 2. Desviaciones en S al utilizar aproximaciones para su cálculo con un CSL objetivo =0.60

CSL=0.60	AA		A		B		C	
Desviación	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII
-2	0	0	0	69	0	77	0	0
-1	1	115	153	787	322	1065	580	1032
0	126	56	1007	323	1378	633	2792	2365
1	86	42	19	0	75	0	25	0
2	11	11	0	0	0	0	0	0
3	27	27	21	21	13	13	1	1
4	1	1	0	0	0	0	0	0
5	2	2	0	0	0	0	0	0
6	3	3	0	0	0	0	0	0

Cuando el CSL es igual a 0.75 se observa que las desviaciones positivas no son en ningún caso superiores a 3. Sin embargo el comportamiento de ambas aproximaciones es muy similar al descrito para un nivel de servicio de ciclo de 0.60.

Tabla 3. Desviaciones en S al utilizar aproximaciones para su cálculo con un CSL objetivo =0.75

CSL=0.75	AA		A		B		C	
Desviación	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII
-2	0	0	0	145	0	312	0	0
-1	1	9	313	848	419	1205	580	1310
0	203	195	866	186	1356	258	2817	2087
1	26	26	0	0	0	0	0	0
2	4	4	0	0	0	0	0	0
3	23	23	21	21	13	13	1	1

Para un CSL igual a 0.90, las desviaciones positivas se reducen a una unidad, mientras que aparecen desviaciones negativas para todos los tipos de ítems así como para ambas aproximaciones.

Tabla 4. Desviaciones en S al utilizar aproximaciones para su cálculo con un CSL objetivo =0.90

CSL=0.90	AA		A		B		C	
Desviación	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII
-2	0	0	0	375	0	115	0	0
-1	17	114	859	750	951	1585	459	1491
0	184	131	322	75	762	88	1975	1907
1	56	12	19	0	75	0	964	0

La Tabla 5 resume el tanto por ciento de casos en los que PII y PIII producen aproximaciones de S que difieren de la exacta. La aproximación PII para ítems tipo AA produce un porcentaje de casos mal clasificados menor para un CSL igual a 0.75, siendo sensiblemente superior para CSL igual a 0.90. Cuando CSL es igual a 0.60, el porcentaje supera el 50% de los casos. La PIII presenta un comportamiento similar aunque ofreciendo para cualquier CSL un porcentaje mayor, sobre todo para niveles de servicio de ciclo iguales a 0.60 y 0.90. Las diferencias entre los resultados de ambas aproximaciones se hacen más evidentes para ítems tipo A y B.

Es importante señalar que aunque PII ofrece porcentajes mucho menores que PIII, para ítems tipo A y B y niveles de servicio de ciclo de 0.90, dichos porcentajes son muy elevados (del orden del 76% para ítems A y del 57% para tipo B), lo que lleva a pensar que, en estos casos, no conviene utilizar aproximación alguna, siendo el exacto la mejor alternativa.

Tabla 5. Porcentaje de casos en los que las aproximaciones producen desviaciones

	CSL=0.60		CSL=0.75		CSL=0.90	
	PII	PIII	PII	PIII	PII	PIII
AA	50,97%	78,21%	21,01%	24,12%	28,40%	48,64%
A	16,08%	73,08%	27,83%	84,50%	76,08%	96,67%
B	22,93%	64,60%	24,16%	85,57%	57,38%	95,08%
C	17,83%	30,40%	17,10%	38,58%	41,88%	43,88%

5. Conclusiones y trabajo futuro

Los parámetros de una política de gestión de inventarios bajo un contexto de revisión periódica se calculan, por lo general, para satisfacer un determinado criterio de servicio, siendo el nivel de servicio de ciclo el más utilizado. Además, dado que el periodo de revisión R suele venir condicionado al funcionamiento del sistema, el problema se reduce a calcular el valor del stock de referencia S . Una definición exacta del CSL (2) capaz de aplicar con cualquier tipo de patrón de demanda debería utilizarse en la determinación de S , sin embargo, dada su complejidad, se hace necesario buscar aproximaciones que, siendo lo suficientemente precisas, reduzcan el esfuerzo de cálculo.

En el presente artículo se ha llevado a cabo un experimento, con datos reales, para analizar las desviaciones que se producen cuando se utilizan dos aproximaciones, PII y PIII o clásica, para determinar S en función del nivel de servicio de ciclo objetivo. De las Tablas 2, 3, 4 y 5 se deduce que la aproximación PII es siempre más efectiva que la clásica, además de ser más conservadora. Sin embargo es necesario un análisis más exhaustivo, en términos de coste o inventario medio, para determinar cuándo es conveniente el uso de PII y cuando no queda otro remedio que utilizar el cálculo exacto.

Por otro lado, el experimento puede ampliarse a otras distribuciones de probabilidad discretas, así como a otros parámetros del sistema de gestión de inventarios, para estudiar su impacto en las desviaciones.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte de los proyectos GEMA (financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Ref. DPI 2007-65441) y MyHDEA (financiado por la Generalitat Valenciana, Conselleria d'Empresa, Universitat y Ciencia, Ref. GV/2007/224).

Referencias

Cardós, M.; Miralles, C.; Ros, L. (2006). "An exact calculation of the cycle service level in a generalized periodic review system". *Journal of the Operational Research Society*, 57(10):1252-1255.

Peña, D. (2008). *Estadística. Modelos y Métodos. 1. Fundamentos*. Alianza Universidad Textos.

Silver, E.A.; Pyke, D.F.; Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Third Edition. John Wiley & Sons.

Syntetos, A.A.; Boylan, J.E. (2006). "On the stock control performance of intermittent demand estimators". *International Journal of Production Economics*, 103(1):36-47.

Syntetos, A.A.; Boylan, J.E.; Croston, J.D. (2005). "On the categorization of demand patterns". *Journal of the Operational Research Society*, 56(5):495-503.