3rd International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management
XIII Congreso de Ingeniería de Organización
Barcelona-Terrassa, September 2nd-4th 2009

Descripción detallada del Criterio y del Campo de Decisión en Modelos basados en Programación Matemática en un contexto jerárquico de Planificación Colaborativa de una Red de Suministro / Distribución (RdS/D)*.

David Pérez[1], Francisco-Cruz Lario[1], Maria del Mar Alemany[1]

[1] Centro de Investigación en Gestión e Ingeniería de Producción (CIGIP), Universidad Politécnica de Valencia, Calle Camino de Vera s/n. Edificio 8G. Valencia 46071, dapepe@omp.upv.es, fclario@omp.upv.es, mareva@omp.upv.es

Palabras Clave: Planificación Colaborativa, Modelado, Programación Matemática, Criterio, Campo de Decisión

1. Introducción

Én este artículo se analiza de qué componentes constaría un Modelo basado en Programación Matemática, realizándose una descripción detallada del Criterio y del Campo de Decisión.

La definición de dichos componentes está ligado a la definición de una Metodología (Pérez y otros, 2008b) que tiene como objetivo el desarrollo de Modelos basados en Programación Matemática que ayuden a la Toma de Decisiones en el proceso de Planificación Colaborativa de una RdS/D, todo ello en un contexto jerárquico. Por otra parte es importante señalar que dicha Metodología se basa en un Marco Conceptual (Alarcón y otros, 2007), y en un Modelo Analítico de Referencia Decisional previos (Alemany y otros, 2007; Pérez y otros, 2008a).

2. Antecedentes

El Modelado basado en Programación Matemática se considera estructurado en: parte de Definición y de Modelado. Es importante reseñar que tanto la parte de Definición como la parte de Modelado se basan en el Modelo de Referencia Analítico Decisional de un Centro de Decisión genérico desarrollado también metodológicamente en Pérez y otros (2008a).

La parte de Definición equivaldría a la Estructura de Soporte descrita en el Modelo de Referencia Decisional, la cual venía dada por la definición de dos componentes, unas Variables de Decisión X^M y una Información de Entrada Ie^M (la cual se identificará mediante una serie de Parámetros). Además, como ayuda a la definición de dichos Parámetros y Variables de Decisión, se definirán previamente dos componentes más, los Índices y los Conjuntos.

La parte de Modelado equivaldría a la Estructura Principal descrita en el Modelo de Referencia Decisional. Dicha parte de Modelado estaría compuesta por dos componentes, un Criterio y un Campo de Decisión.

* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación Feder-Cicyt titulado RdS-2V.RDSINC "De la Planificación a la Ejecución en la Cadena (Red) de Suministro. Dos visiones diferentes y sus herramientas".

En el presente trabajo únicamente se considera la parte de Modelado, detallándose cómo se obtendría para un Centro de Decisión genérico (CD^M) y cómo sería su representación algebraica en un Modelo Determinista basado en Programación Matemática. Tanto el Criterio como el Campo de Decisión se expresarán a partir de los 4 componentes (Índices, Conjuntos, Variables de Decisión y Parámetros) descritos en la Parte de Definición (Figura 1).

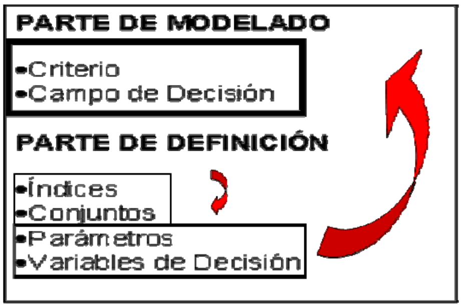

Figura 1. Interrelación entre Parte de Definición y de Modelado

3. Parte de Modelado: Criterio

El Criterio es una función (Uniobjetivo) o varias funciones (Multiobjetivo) no restringidas que representan las preferencias del Centro de Decisión.

Sea Z^M el Modelo Decisional de CD^M, de manera que $Z^M = Z^M (C^M, A^M)$, donde C^M es el Criterio y A^M el Campo de Decisión de CD^M . La resolución de dicho Modelo Decisional Z^M pretende asignar un valor a las Variables de Decisión (X^M) que proporcione el mejor valor del Criterio y cumpla con las limitaciones expresadas en el Campo de Decisión.

En caso de un Modelo Decisional Uniobjetivo se habla normalmente de optimización (ya sea maximización o minimización), aunque en otros casos bastará con alcanzar un "Nivel de Aspiración" concreto. Por tanto en la mayoría de casos la mejor solución estará formada por aquellos valores de las Variables de Decisión que proporcionen un valor "máximo" o "mínimo" de la Función Objetivo (con la que se expresará matemáticamente el Criterio). En el caso de un Modelo Decisional Multiobjetivo, al existir diversos objetivos se pueden combinar criterios de maximización y minimización.

Por otra parte, en un contexto de Planificación Colaborativa, normalmente el Criterio no sólo tendrá en cuenta aspectos ligados al Alcance del propio Centro de Decisión, sino que además se tendrán en cuenta, en mayor o menor medida, aspectos referentes a otros Centros de Decisión del Entorno Decisional, ya que como se comentó anteriormente, las decisiones tomadas por unos afectan, restringen o condicionan a las decisiones tomadas por otros.

Es por ello que en el Criterio C^M se distinguen dos partes: Criterio Local (C_l^M ó C^{MM}) y Criterio por Interdependencias (C_i^M)

3.1. Criterio Local

El Criterio Local (C_l^M ó C^{MM}), estará formado por todos aquellos "conceptos" que corresponden al Alcance del Centro de Decisión y que se pretender optimizar.

En el presente artículo únicamente se considerarán "conceptos" de tipo monetarios, relacionados con Ingresos y Costes, y por consiguiente Beneficios. No obstante se podrían optimizar otros, como la Calidad, el Nivel Medio de Servicio al Cliente, etc.

¿Cómo se formula algebraicamente el Criterio Local (C_l^M ó C^{MM}) ?

Como se ha dicho, el Criterio Local estará formado por una serie de "conceptos", los cuales se clasifican según las Actividades de Transformación (AT) y de Interconexión (AI) de las distintas Etapas / Sub-Etapas de la RdS/D pertenecientes al Alcance y Frontera del CD^M (Pérez y otros, 2008a).

Se distinguen los siguientes "conceptos", clasificados según las anteriores AT (Producción/Operaciones, Almacenamiento y Transporte) y AI (Compras y Ventas), cuya nomenclatura es la siguiente:

- Producción-Operaciones: Costes de Producción-Operación (COSTPR / COSTOP), Costes por desviación positiva respecto de la Producción objetivo (COSTPR+ / COSTOP+), Costes por desviación negativa respecto de la Producción objetivo (COSTPR- / COSTOP-), Costes Fijos / Preparación (COSTFPR), Costes de Capacidad Normal (COSTC), Costes por desviación positiva respecto de la Capacidad Normal (COSTC+), Costes por desviación positia respecto de la Capacidad Normal (COSTC-), Costes de Capacidad Extra (COSTCEX), Costes de Ociosidad (COSTCOC)
- Almacenamiento: Costes de Almacenamiento-Inventario (COSTIN), Costes por desviación positiva respecto del Inventario objetivo (COSTIN+), Costes por desviación negativa respecto del Inventario objetivo (COSTIN-), Costes de Subcontratación (COSTSB), Costes por desviación positiva respecto de la "cantidad a subcontratar" objetivo (COSTSB+), Costes por desviación negativa respecto de la "cantidad a subcontratar" objetivo (COSTSB-), Costes por desviación positiva respecto del Stock de Seguridad objetivo (COSTSS+), Costes por desviación negativa respecto del Stock de Seguridad objetivo (COSTSS-)
- Transporte: Costes de Transporte (COSTTR), Costes por desviación positiva respecto de la "cantidad a transportar" objetivo (COSTTR+), Costes por desviación negativa respecto de la "cantidad a transportar" objetivo (COSTTR-), Costes Fijos de Transporte (COSTFTR)
- Compras: Costes de Compra (COSTCO), Coste por desviación positiva sobre la cantidad a Comprar (COSTCO+), Coste por desviación negativa sobre la cantidad a Comprar (COSTCO-)
- Ventas: Ingresos por Ventas (ING), Coste por desviación positiva sobre la cantidad a Vender (COSTVE+), Coste por desviación negativa sobre la cantidad a Vender (COSTVE-)

Cada "concepto" se representará algebraicamente en el Modelo de Programación Matemática a partir de un Parámetro Local (en nuestro caso únicamente Ingresos o Costes) multiplicado por una Variable Local, ambos sumados a lo largo de los campos de Existencia de los Índices, en este caso Locales (Básicos ó Complementarios), con los que se definieron (Pérez, 2009).

Respecto al sumatorio a lo largo del Campo de Existencia de dichos Índices Locales cabe distinguir entre aquellos Índices Locales cuyo Campo de Existencia está ligado al Conjunto Local Simple que han originado automáticamente y aquellos Índices Locales cuyo Campo de Existencia está ligado a un Conjunto Local Relacional (se trataría de aquellos que "dependen" de otro Índice Local "base" con el que también se han definido el Parámetro y Variable Local que dan lugar a dicho "concepto".

Por ejemplo, si la Etapa es Distribución y la AT es Almacenamiento, se puede incluir el "concepto" Costes de Almacenamiento/Inventario (COSTIN), el cual estaría formado por el Parámetro Local Coste de Almacenar/Inventariar ($costin_{pf,d}$) multiplicado por la Variable de Decisión Local Cantidad a Almacenar/Inventariar ($IN_{pf,d,t}$).

En este caso habría un sumatorio según dichos Índices Locales a lo largo de su Campo de Existencia (1), distinguiendo entre aquellos cuyo Campo de Existencia está ligado al

Conjunto Local Simple que han originado (por ejemplo: d € D ó t € T) y aquellos cuyo Campo de Existencia está ligado a un Conjunto Local Relacional (por ejemplo: pf € PF (d)).

$$\text{COSTIN} = \left(\sum_{pf \in PF(d)} \sum_{d} \sum_{t} \cos tin_{pf,d} * IN_{pf,d,t} \right) \qquad (1)$$

De manera general, cada “concepto” incluido en el Criterio Local estaría compuesto de un Parámetro Local $c_l^M{}_{i,\,,r,\,t}$ multiplicado por una Variable de Decisión Local $X_l^M{}_{i,\,,r,\,t}$. Dicha multiplicación se produciría bajo un sumatorio que tendría sentido sólo para los diferentes valores que pudieran tomar los Índices con los que se definieron el Parámetro Local y la Variable de Decisión Local.

Los valores que estos Índices Locales puedan tomar corresponderán a:

- Todo su Campo de Existencia (o el Campo de Existencia del Conjunto Local Básico que se deriva de forma automática a partir del Índice Local). Por ejemplo: i € I, r € R, t € T.
- Un Campo de Existencia que dependerá del valor que tome otro Índice Local también definido (o de manera equivalente al Campo de Existencia del Conjunto Local Relacional que se ha establecido). Por ejemplo: i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), i € I(t) y r € R(t).

Dicho “concepto” (genérico) asociado al Criterio Local quedaría se expresaría (2):

$$\text{“Concepto” } (C_l^M) = \left(\sum_{i} \sum_{r} \sum_{t} \sum_{i \in I(i)} \sum_{r \in R(r)} \sum_{t \in T(t)} \sum_{i \in I(r)} \sum_{i \in I(t)} \sum_{r \in R(t)} c_l^M{}_{i,r,t} * X_l^M{}_{i,r,t} \right) \qquad (2)$$

3.2. Criterio por Interdependencias

En cuanto al Criterio por Interdependencias estará formado por aquellos “conceptos” que se deriven de las Interacciones Decisionales con su Entorno Decisional. No obstante, éste podría no existir, bien porque CD^M no tiene Entorno Decisional, bien porque teniéndolo, el tipo de Colaboración específico (Pérez y otros, 2007) no contempla incluirlo en el Criterio y sí en el Campo de Decisión.

A continuación, se realiza una clasificación dependiendo de qué CD (pertenecientes a su Entorno Decisional) provenga el “concepto” que se esté incluyendo en el Criterio:

1. Centros de Decisión jerárquicamente superiores temporalmente (CD^{Tt})
   - Costes por Desviaciones respecto a Variables Globales no Finales enviadas a modo de IN desde CD^{Tt} (C^{MTt})
2. Centros de Decisión jerárquicamente superiores espacialmente (CD^{Te})
   - Costes por Desviaciones respecto a Variables Globales no Finales enviadas a modo de IN desde CD^{Te} (C^{MTe})
3. Centros de Decisión jerárquicamente inferiores temporalmente (CD^{Bt})
   - Costes por Anticipación de desviaciones respecto a las Variables por Interdependencia que se enviarán a modo de IN (ya convertidas en Variables Globales) a CD^{Bt} (C^{MBt})
4. Centros de Decisión jerárquicamente inferiores espacialmente (CD^{Be})
   - Costes por Anticipación de desviaciones respecto a las Variables por Interdependencia que se enviarán a modo de IN (ya convertidas en Variables Globales) a CD^{Be} (C^{MBe})

¿Cómo se formula algebraicamente el Criterio por Interdependencias (C_i^M) ?

La nomenclatura que se utilizará para los diferentes "conceptos" que aparecen en el Criterio por Interdependencias será análoga a la utilizada anteriormente para el Criterio Local.

Cualquier "concepto" siempre llevará un prefijo de Coste (COST) seguido de (también en mayúsculas) la Variable Global no final que lo origina, como por ejemplo pudiera ser $COSTPR^+$, que significaría el Coste por la desviación positiva respecto a la cantidad a producir, proveniente a modo de Variable Global no Final desde una Instrucción enviada desde un CD^T.

Cada "concepto" se representará algebraicamente en el Modelo de Programación Matemática a partir de un Parámetro por Interdependencia, en nuestro caso únicamente Costes por desviaciones (anticipadas o no) multiplicado por una Variable por Interdependencia, ambos sumados a lo largo de los campos de Existencia de los Índices, en este caso tanto Locales (Básicos ó Complementarios) como por Interdependencia.

Respecto al sumatorio a lo largo del Campo de Existencia de dichos Índices Locales y por Interdependencia cabe distinguir entre aquellos que su Campo de Existencia está ligado al Conjunto Local Simple que han originado y aquellos que su Campo de Existencia está ligado a un Conjunto por Interdependencia

Por ejemplo CD^{Tt} podría "enviar" la Variable Global no final Cantidad a Producir ($PR_{gpf,l,t}$), lo que inmediatamente origina Variables por Interdependencia en CD^M, algunas de ellas por las desviaciones permitidas por CD^{Tt}. Se podría definir el "concepto" "Coste por desviación positiva respecto a la Cantidad a Producir" compuesto por el Parámetro por Interdependencia ($costpr^+_{gpf,l}$) multiplicado por la Variable de Decisión por Interdependencia ($PR^+_{gpf,l,t}$) . En este caso habría un sumatorio a lo largo de los Índices (Locales y por Interdependencia) con los que se definieron el Parámetro y la Variable por Interdependencia, sabiendo que algunos de estos Índices pertenecerán a Conjuntos Locales Básicos y otros a Conjuntos por Interdependencia, como pueda ser el caso de gpf € GPF (l).

En el ejemplo anterior se podría tener (3):

$$COSTPR^+ = \left(\sum_{gpf \in GPF(l)} \sum_{l} \sum_{t} costpr^+_{gpf,l} * PR^+_{gpf,l,t} \right) \qquad (3)$$

De manera general, cada "concepto" incluido en el Criterio por Interdependencia estaría compuesto de un Parámetro por Interdependencia $c_i^M{}_{i,r,t}$ multiplicado por una Variable de Decisión por Interdependencia $X_i^M{}_{i,r,t}$. Dicha multiplicación se produciría bajo un sumatorio que tendría sentido sólo para los diferentes valores que pudieran tomar los Índices con los que se definieron el Parámetro por Interdependencia y la Variable de Decisión por Interdependencia.

Así pues, dicho "concepto" (genérico) asociado al Criterio por Interdependencia quedaría algebraicamente de la siguiente forma (4):

$$\text{"Concepto" } (C_i^M) = \left(\sum_{i} \sum_{r} \sum_{t} \sum_{i \in I(i)} \sum_{r \in R(r)} \sum_{t \in T(t)} \sum_{i \in I(r)} \sum_{i \in I(t)} \sum_{r \in R(t)} c_i^M{}_{i,r,t} * X_i^M{}_{i,r,t} \right) \qquad (4)$$

4. Parte de Modelado: Campo de Decisión

El Campo de Decisión viene representado por una serie de restricciones expresadas mediante funciones restringidas que "restringen" el valor que pueden tomar cada una de las Variables de Decisión. Dicho Campo de Decisión se expresará también, al igual que el Criterio, a partir de los 4 componentes descritos en la Parte de Definición del Modelo.

Las restricciones consideradas en el Campo de Decisión se clasifican, al igual que se hizo con el Criterio, en dos Subcomponentes: Campo de Decisión Local (A_l^M ó A^{MM}) y Campo de Decisión por Interdependencias (A_i^M)

4.1. Campo de Decisión Local

El Campo de Decisión Local (A_l^M ó A^{MM}) se compone de todas aquellas limitaciones/restricciones que se encuentran bajo el Alcance del Centro de Decisión, o dicho de otra forma, aquellas restricciones que existirían independientemente del grado de interdependencia del CD^M con otros CD pertenecientes a su Entorno.

Se consideran tres grandes grupos de Limitaciones/Restricciones, propias de contextos de Planificación, a su vez compuestos de restricciones "tipo", que serían potencialmente aplicables dependiendo de qué AT y AI se "planifican" en el contexto del Alcance/Frontera de un CD^M.

1. Limitaciones de Materiales (LM)

- Control del Flujo de "Ítems en general": deberá establecerse ecuaciones de Balance de manera que se asegure la conservación del Flujo de "Ítems en general". Tiene sentido para las siguientes AT/AI: a) Producción-Operaciones: existirá en caso que el Tiempo Ciclo (Cycle Time) de Producción-Operación fuera mayor al Período de Planificación; b) Almacenamiento: existirá siempre que se haya identificado dicha AT; c) Transporte: existirá en caso que el Tiempo de Transporte (Lead-Time) fuera mayor al Período de Planificación; d) Compras: existirá en caso que se permitan desviaciones sobre lo que se pretende Comprar; e) Ventas: existirá en caso que se permitan desviaciones sobre lo que se Demanda.
- Consumo de "ítems en general" en base a la Lista de Materiales: relaciona Materias Primas, Productos Intermedios y Productos Finales en base a la Lista de Materiales.
- Evitar Flujos de "Ítems en general" redundantes: sólo en caso que se desee garantizar que el inventario de "ítems en general" se almacene donde sea producido, para evitar flujos redundantes entre las AT Almacenamiento de Nodos distintos conectados físicamente y pertenecientes al Alcance de un mismo Centro de Decisión.

2. Limitaciones de Recursos (LR)

- Capacidad de Recursos: el consumo de los distintos "Ítems en general" en los distintos "Recursos" (incluyendo tanto tiempos variables como fijos derivados de Cambios de Partida5) no debe superar la disponibilidad/capacidad de los mismos. Tiene sentido únicamente para las AT: Producción-Operaciones, Almacenamiento y Transporte.
- Control del "Flujo" de Capacidad: deberá establecerse una ecuación de Balance de manera que se asegure la conservación de la Capacidad instalada. A nivel de Planificación Táctica-Operativa tiene sentido en principio únicamente para la AT Producción-Operaciones aunque también se podría plantear para las AT Transporte y Almacenamiento.
- Gestión de los Cambios de Partida: normalmente se referirá a si por ejemplo en dos períodos consecutivos se fabrica el mismo "Ítem en general" y se puede ahorrar un "cambio" al secuenciarse a continuación o si por ejemplo se establece que no se puede realizar cierto "cambio" hasta transcurridos varios períodos de tiempo (muy relacionado con la siguiente limitación/restricción ligada al Tamaño de Lote.

[5] Tal y como se detallará posteriormente en la Visión Informacional.

- Tamaño de Lote y Lote Mínimo: se establece que las cantidades de "Ítems en general" planificadas en cada Período de Planificación han de ser superior a un límite inferior. Tiene sentido para las siguientes AT/AI: Producción-Operaciones, Transporte y Compras
- Calidad / Rendimiento: normalmente se relaciona cantidad de producción-operación de los diferentes "Ítems en general" y tiempo empleado a partir de ciertos ratios de efectividad. Tiene sentido, en principio, sólo para la AT Producción-Operaciones.

3. Políticas (PO)

- Se refieren a reglas o estándares preestablecidos "localmente" por el propio Centro de Decisión CD^M que se deben cumplir de manera mínima o máxima de acuerdo a lo que se considera un adecuado funcionamiento. Tiene sentido para cualquier AT/AI.

¿Cómo se formula algebraicamente el Campo de Decisión Local (A_l^M ó A^{MM}) (5) ?

$$\min_l{}^M{}_{i,r,t} \leq \Big(\sum_i \sum_r \sum_t \sum_{i\in I(i)} \sum_{r\in R(r)} \sum_{t\in T(t)} \sum_{i\in I(r)} \sum_{i\in I(t)} \sum_{r\in R(t)} a_l{}^M{}_{i,r,t} * X_l{}^M{}_{i,r,t}\Big) \leq \max_l{}^M{}_{i,r,t}$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t) (5)

Se puede observar en este caso que las Restricciones Locales que se consideraran en el Campo de Decisión Local para cualquiera de los tres Grupos definidos, se tratarían, a diferencia del Criterio, de Funciones Restringidas.

Dicha Función estaría formada por Parámetros Locales a_l^M que multiplican a las Variables de Decisión Locales X_l^M, o simplemente estas últimas. Por otra parte, en dicha Función también existiría un sumatorio según los Índices Locales con los que se definieron los Parámetros Locales y Variables de Decisión Locales, en este caso sobre Conjuntos Locales Simples y Relacionales (Pérez, 2009)

Es importante reseñar, que a diferencia del Criterio, aquí el sumatorio en los Índices Locales que se consideren se planteará para cada valor fijo que puedan tomar otros Índices diferentes a estos, en caso que estos últimos no formen parte también de los sumatorios. Se utiliza el operador "$\forall$" para expresar sobre qué valores de los Índices Locales tiene sentido plantear los anteriores sumatorios. En este caso también se utilizarán Conjuntos Locales Simples y Relacionales.

4.2. Campo de Decisión por Interdependencias

El Campo de Decisión por Interdependencias (A_i^M) se trata de aquellas restricciones que reflejan las Relaciones de Interdependencia del CD^M analizado con otros CD pertenecientes a su Entorno Decisional. Dependiendo del Tipo de Interdependencia, estas restricciones reflejan la coherencia, consistencia, sincronización y flexibilidad dada por el nivel superior (CD^T) al inferior (CD^M), así como la manera en la que este último (CD^M) tiene en cuenta a su vez, a su nivel inferior (CD^B), anticipándolo en mayor o menor medida.

A continuación, se realiza una clasificación dependiendo de qué Centros de Decisión (del Entorno Decisional de CD^M) provenga la restricción que se incluya en el Campo de Decisión:

1. CD jerárquicamente superiores temporalmente (CD^{Tt})

– En base a Variables Globales Finales (Decisiones Finales) enviadas a modo de IN desde CD^{Tt}, y consideradas por CD^M como Parámetros por Interdependencia, en concreto aquellos Parámetros que restringen inferior (min), superior (max) o igualmente a la Función definida por CD^M (6).

$$x_F{}^{MTt}{}_{i,r,t}(\min) \le (\sum_i \sum_r \sum_t \sum_{i \in I(i)} \sum_{r \in R(r)} \sum_{t \in T(t)} \sum_{i \in I(r)} \sum_{i \in I(t)} \sum_{r \in R(t)} a^{MTt}{}_{i,r,t} * X^{MTt}{}_{i,r,t}) \le x_F{}^{MTt}{}_{i,r,t}(\max)$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t) (6)

- La aparición de sumatorios en la Función expresa la necesidad de que CD^M pueda tener que ajustar las dimensiones (Índices) con las que toma sus decisiones con respecto a los CD^{Tt}, en este caso desagregándolas. Además, se tratan de "Restricciones Duras" que afectarán de manera definitiva al Campo de Decisión de CD^M, ya que se tratan de Decisiones que ya han sido implementadas previamente por CD^{Tt}.

– En base a Variables Globales no Finales enviadas a modo de IN desde CD^{Tt}, y consideradas por CD^M como Parámetros por Interdependencia pero con posibilidad de poder cambiar su valor (7a, 7b).

$$x_{NF}{}^{MTt}{}_{i,r,t}(\min) \le (\sum_i \sum_r \sum_t \sum_{i \in I(i)} \sum_{r \in R(r)} \sum_{t \in T(t)} \sum_{i \in I(r)} \sum_{i \in I(t)} \sum_{r \in R(t)} a^{MTt}{}_{i,r,t} * X^{MTt}{}_{i,r,t}) \le x_{NF}{}^{MTt}{}_{i,r,t}(\max)$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t) (7a)

$$(\sum_i \sum_r \sum_t \sum_{i \in I(i)} \sum_{r \in R(r)} \sum_{t \in T(t)} \sum_{i \in I(r)} \sum_{i \in I(t)} \sum_{r \in R(t)} a^{MTt}{}_{i,r,t} * X^{MTt}{}_{i,r,t} + X^{-MTt}{}_{i,r,t} - X^{+MTt}{}_{i,r,t} = x_{NF}{}^{MTt}{}_{i,r,t}$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t) (7b)

- En este caso se tratan de restricciones blandas, ya que pueden ser "violadas" hasta cierto punto, puesto que tratan de obtener una desagregación consistente de decisiones (Condiciones de Consistencia en la Desagregación) que aún no han sido implementadas por CD^{Tt}.

2. CD jerárquicamente superiores espacialmente (CD^{Te})

1. En base a Variables Globales Finales (Decisiones Finales) enviadas a modo de IN desde CD^{Te}, y consideradas por CD^M como Parámetros por Interdependencia, en concreto aquellos Parámetros que restringen inferior (min), superior (max) o igualmente a la Variable por Interdependencia definida por CD^M (8).

$$\sum_{i'} \sum_{r'} \sum_{t'} \sum_{i' \in I'(i')} \sum_{r' \in R'(r')} \sum_{t' \in T'(t')} \sum_{i' \in I'(r')} \sum_{i' \in I'(t')} \sum_{r' \in R'(t')} x_F{}^{MTe}{}_{i',r',t'}(\min) \le$$
$$(\sum_i \sum_r \sum_t \sum_{i \in I(i)} \sum_{r \in R(r)} \sum_{t \in T(t)} \sum_{i \in I(r)} \sum_{i \in I(t)} \sum_{r \in R(t)} a^{MTe}{}_{i,r,t} * X^{MTe}{}_{i,r,t}) \le$$
$$\sum_{i'} \sum_{r'} \sum_{t'} \sum_{i' \in I'(i')} \sum_{r' \in R'(r')} \sum_{t' \in T'(t')} \sum_{i' \in I'(r')} \sum_{i' \in I'(t')} \sum_{r' \in R'(t')} x_F{}^{MTe}{}_{i',r',t'}(\max)$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t)

$\forall$ i´, r´ ,t´, i´ € I´(i´), r´ € R´(r´), t´ € T´(t´), i´ € I´(r´), I´ € I´(t´), r´ € R´(t´) (8)

- La aparición de sumatorios no sólo en las Función sino también en los límites mínimo (min) y máximo (max) expresa la necesidad de que CD^M pueda tener que ajustar las dimensiones con las que toma sus decisiones con respecto a los CD^{Te}, en este caso, a diferencia de los CD^{Tt}, existiendo la posibilidad de tener que agregar algunas de ellas. Además, en la mayoría de ocasiones, no habrá que agregar ni desagregar y simplemente "relacionar".
- El hecho de que en un sumatorio las Categorías "Ítems en General" (i), "Recursos" (r) y "Períodos de Planificación" (t) aparezcan con y sin prima, intenta reflejar que si en uno de los sumatorios aparece una dimensión correspondiente a cualquiera de las

Categorías, en el otro no puede aparecer y viceversa, puesto que es uno de los dos CD el que toma las decisiones más o menos agregadas con respecto a una dimensión, pero nunca los dos a la vez.

– En base a Variables Globales no Finales enviadas a modo de IN desde CD^{Te}, y consideradas por CD^{M} como Parámetros por Interdependencia pero con posibilidad de cambiar su valor (9a, 9b).

$$\sum_{i'}\sum_{r'}\sum_{t'}\sum_{i'\in I'(i')}\sum_{r'\in R'(r')}\sum_{t'\in T'(t')}\sum_{i'\in I'(r')}\sum_{i'\in I'(t')}\sum_{r'\in R'(t')} x_{NF}{}^{MTe}{}_{i',r',t'}(\min) \le$$

$$(\sum_{i}\sum_{r}\sum_{t}\sum_{i\in I(i)}\sum_{r\in R(r)}\sum_{t\in T(t)}\sum_{i\in I(r)}\sum_{i\in I(t)}\sum_{r\in R(t)} a^{MTe}{}_{i,r,t} * X^{MTe}{}_{i,r,t}) \le$$

$$\sum_{i'}\sum_{r'}\sum_{t'}\sum_{i'\in I'(i')}\sum_{r'\in R'(r')}\sum_{t'\in T'(t')}\sum_{i'\in I'(r')}\sum_{i'\in I'(t')}\sum_{r'\in R'(t')} x_{NF}{}^{MTe}{}_{i',r',t'}(\max)$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t)

$\forall$ i´, r´ ,t´, i´ € I´(i´), r´ € R´(r´), t´ € T´(t´), i´ € I´(r´), I´ € I´(t´), r´ € R´(t´)   (9a)

$$(\sum_{i}\sum_{r}\sum_{t}\sum_{i\in I(i)}\sum_{r\in R(r)}\sum_{t\in T(t)}\sum_{i\in I(r)}\sum_{i\in I(t)}\sum_{r\in R(t)} a^{MTe}{}_{i,r,t} * X^{MTe}{}_{i,r,t}) + X^{-MTe}{}_{i,i'r,r',t,t'} - X^{+MTe}{}_{i,i'r,r't,t'} =$$

$$\sum_{i'}\sum_{r'}\sum_{t'}\sum_{i'\in I'(i')}\sum_{r'\in R'(r')}\sum_{t'\in T'(t')}\sum_{i'\in I'(r')}\sum_{i'\in I'(t')}\sum_{r'\in R'(t')} x_{NF}{}^{MTe}{}_{i',r',t'}$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t)

$\forall$ i´, r´ ,t´, i´ € I´(i´), r´ € R´(r´), t´ € T´(t´), i´ € I´(r´), I´ € I´(t´), r´ € R´(t´) (9b)

- En este caso se tratan de restricciones blandas que pueden ser "violadas" hasta cierto punto, puesto que tratan de obtener una desagregación / agregación / relación consistente de decisiones (Condiciones de Consistencia en la Coordinación) que aún no han sido implementadas por CD^{Te}.

3. CD jerárquicamente inferiores temporalmente (CD^{Bt})

– En base a Parámetros (anticipados) del Campo de Decisión Local de CD^{Bt} que pueden afectar a las Variables de Decisión por Interdependencia de CD^{M} respecto de CD^{Bt} (10).

$$\sum_{i}\sum_{r}\sum_{t}\sum_{i\in I(i)}\sum_{r\in R(r)}\sum_{t\in T(t)}\sum_{i\in I(r)}\sum_{i\in I(t)}\sum_{r\in R(t)} ant\_\min{}^{MBt}{}_{i,r,t} \le$$

$$a^{MBt}{}_{i,r,t} * X^{MBt}{}_{i,r,t} \le$$

$$\sum_{i}\sum_{r}\sum_{t}\sum_{i\in I(i)}\sum_{r\in R(r)}\sum_{t\in T(t)}\sum_{i\in I(r)}\sum_{i\in I(t)}\sum_{r\in R(t)} ant\_\max{}^{MBt}{}_{i,r,t}$$

$\forall$ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t) (10)

- La aparición de sumatorios en los Parámetros por Interdependencia (anticipados) respecto a CD^{MBt} (ant_min^{MBt} y ant_max^{MBt}) expresa la necesidad de que CD^{M} pueda tener que ajustar (anticipadamente) las dimensiones (Índices) con las que toma sus decisiones con respecto a los CD^{Tt}, en este caso desagregándolas. Además, como ya se ha dicho, ant_min^{MBe} y ant_max^{MBe} se tratarán de Parámetros por Interdependencia "anticipados". En caso que no se sepan con certeza y sean estimativos llevarán el signo #, es decir, ant_min^{MBe} # y ant_max^{MBe} #.

4. CD jerárquicamente inferiores espacialmente (CD^{Be})

– En base a Parámetros (anticipados) del Campo de Decisión Local de CD^{Be} que pueden afectar a las Variables de Decisión por Interdependencia de CD^{M} respecto de CD^{Be} (11).

$$\sum_{i'}\sum_{r'}\sum_{t'}\sum_{i'\in I'(i')}\sum_{r'\in R'(r')}\sum_{t'\in T'(t')}\sum_{i'\in I'(r')}\sum_{i'\in I'(t')}\sum_{r'\in R'(t')} ant\_\min^{MBe}{}_{i',r',t'} \leq$$

$$(\sum_{i}\sum_{r}\sum_{t}\sum_{i\in I(i)}\sum_{r\in R(r)}\sum_{t\in T(t)}\sum_{i\in I(r)}\sum_{i\in I(t)}\sum_{r\in R(t)} a^{MBe}{}_{i,r,t} * X^{MBe}{}_{i,r,t}) \leq$$

$$\sum_{i'}\sum_{r'}\sum_{t'}\sum_{i'\in I'(i')}\sum_{r'\in R'(r')}\sum_{t'\in T'(t')}\sum_{i'\in I'(r')}\sum_{i'\in I'(t')}\sum_{r'\in R'(t')} ant\_\max^{MBe}{}_{i',r',t'}$$

∀ i, r ,t, i € I(i), r € R(r), t € T(t), i € I(r), I € I(t), r € R(t)

∀ i´, r´ ,t´, i´ € I´(i´), r´ € R´(r´), t´ € T´(t´), i´ € I´(r´), I´ € I´(t´), r´ € R´(t´) (11)

- La aparición de sumatorios no sólo en los Parámetros por Interdependencia (anticipados) respecto a CD^{MBe} (ant_min^{MBe} y ant_max^{MBe}) sino también en la propia Función restringida expresa la necesidad de que CD^{M} pueda tener que ajustar (anticipadamente) las dimensiones con las que toma sus decisiones con respecto a los CD^{Be}, en este caso, a diferencia de los CD^{Bt}, existiendo la posibilidad de tener que agregar algunas de ellas. Además, en la mayoría de ocasiones, no habrá que agregar ni desagregar y simplemente "relacionar".

Referencias

Alarcón, F., Lario, F.C., Boza, A., Pérez, D. (2007) Propuesta de Marco Conceptual para el modelado del proceso de Planificación Colaborativa de Operaciones en contextos de Redes de Suministro/Distribución. I Internacional Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Madrid. Vol 1, pp. 873-882.

Alemany M.; Pérez D.; Alarcón F.; Bozá A. (2007). Planificación Colaborativa en Redes de Suministro-Distribución (RdS/D) mediante Programación Matemática en Entornos Distribuidos. XI Congreso de Ingeniería de Organización, Madrid. Vol1, pp. 853-862.

Pérez D.; Alemany M.; Vicens E.; Lario F.C. (2007). Propuesta de Marco Conceptual para el Modelado de la Visión Decisional del proceso de Planificación Colaborativa de una RdS/D. XI Cong. Ingeniería Organización, Madrid. Vol 1, pp. 893-902.

Pérez D.; Lario F.C.; Alemany M. (2008a). Metodología para el modelado Analítico Decisional de un Centro de Decisión genérico en un contexto jerárquico de Planificación Colaborativa de una Red de Suministro/Distribución (RdS/D). II Internacional Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Burgos. Vol 1, pp. 407-416

Pérez D.; Lario F.C.; Alemany M. (2008b). Metodología para el desarrollo de Modelos basados en Programación Matemática en un contexto jerárquico de Planificación Colaborativa de una Red de Suministro/Distribución (RdS/D). II Internacional Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Burgos. Vol 1, pp. 1513-1522

Pérez D. (2009) Desarrollo de un Marco Conceptual y una Metodología para el desarrollo de Modelos Deterministas basados en Programación Matemática para la Planificación Colaborativa de RdS/D en un contexto jerárquico. Aplicación a Empresas del Sector de Pavimentos y Revestimientos Cerámicos. Tesis Doctoral pendiente de publicación.