

Explotación de la reversibilidad del problema $F_m|prmu|C_{max}$ para mejorar las soluciones de las heurísticas.

Imma Ribas¹, Ramon Companys¹,

¹ Dpto. de Organización de Empresas. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona. Universidad Politécnica de Catalunya. Av. Diagonal, 647, 08028. Barcelona. ramon.companys@upc.edu , imma.ribas@upc.edu

Keywords: Heurísticas constructivas, flow shop de permutación, reversibilidad.

1. Introducción

El *permutation flow shop scheduling problem* (PFSP) consiste en encontrar una secuencia de n trabajos que se deben procesar en m máquinas, siempre en el mismo orden, con el fin de minimizar una o varias medidas de eficiencia. En el presente trabajo la medida de eficiencia considerada es el makespan o tiempo máximo de finalización de los trabajos. Siguiendo la notación propuesta por Graham et al. (1979) este problema se denota como $F_m|prmu|C_{max}$. Hejazi and Saghafian (2005) presentan una revisión completa de los problemas de secuenciación en un sistema flow shop con el objetivo de minimizar el makespan. Desde la publicación del artículo de Johnson (1954), el PFSP ha sido uno de los problemas más tratados por los investigadores. Gupta and Stafford (2006) dan una visión resumida de la evolución de esta investigación en las últimas 5 décadas. Garey and Johnson (1979) mostraron que para $m \geq 3$ el problema es NP-hard. La dificultad de resolver de forma exacta el problema, salvo para valores de n y m reducidos, ha llevado a desarrollar y utilizar procedimientos heurísticos que permitan obtener soluciones eficientes en problemas de gran tamaño. Una de las heurísticas sencillas más eficientes es la NEH propuesta por Nawaz et al. (1983). Esta heurística consta de dos fases: la ordenación inicial de las piezas según la regla *Largest Processing Time* (LPT) seguida, como segunda fase, por la inserción iterativa de piezas en una secuencia parcial. La eficiencia de NEH ha llevado a desarrollar heurísticas similares, habitualmente modificando la primera fase. Framinan et al. (2003) estudian la eficacia de diferentes ordenaciones y concluyen que, de las 176 analizadas, la ordenación propuesta inicialmente en la heurística NEH es la que obtiene los mejores resultados cuando se quiere minimizar el makespan. En artículos más recientes, en cambio, (Kalczyński and Kamburowski (2008) y Dong et al. (2008)), se han propuesto criterios de desempate para la segunda fase dado que en la versión original de la heurística no se especifica ninguno.

En este trabajo se analiza eficacia de utilizar la propiedad de reversibilidad del PFSP para mejorar la solución obtenida por las heurísticas constructivas. En particular, el análisis se ha llevado a cabo sobre cinco variantes de una heurística de dos fases similar a NEH. Las variantes difieren únicamente en el procedimiento de ordenación inicial de las piezas ya que la segunda fase es idéntica para todas ellas. Las ordenaciones elegidas son diferentes a las analizadas en Framinan et al. (2003) lo que permite completar las conclusiones allí obtenidas. Además, presentamos un criterio de desempate con el que obtenemos mejores resultados que utilizando los propuestos por los autores antes citados.

El análisis de los resultados obtenidos en la experiencia computacional realizada muestra la eficiencia del procedimiento de desempate implementado y aconseja el uso de la propiedad de reversibilidad para mejorar la solución obtenida por las heurísticas.

2. Definición del problema

En el instante inicial, n trabajos están dispuestos para ser procesados, en el mismo orden, en m máquinas, asimismo disponibles en dicho instante. La ruta de cada trabajo recorre las m máquinas en orden, de la máquina 1 a la máquina m . El tiempo de proceso de cada operación es $p_{j,i}$, siendo $p_{j,i} > 0$, donde $j \in \{1,2,\dots,m\}$ indica la máquina y $i \in \{1,2,\dots,n\}$ el trabajo. Se considera que los tiempos de preparación, en caso de existir, están incluidos en el tiempo de proceso. La función objetivo considerada es la minimización del makespan que equivale a la maximización del uso taller (conjunto de las m máquinas).

2.1 Reversibilidad del PFSP

Dado un ejemplar I del problema PFSP que denominaremos ejemplar directo con unos tiempos de proceso $p_{j,i}$ se puede determinar biunívocamente un ejemplar I' , que denominaremos ejemplar inverso, cuyos tiempos de proceso $p'_{j,i}$ son $p'_{j,i} = p_{m-j+1,i}$. Obviamente el ejemplar inverso, del inverso, es el ejemplar directo, por lo que dichas apelaciones son meramente relativas. Para cualquier permutación σ , el valor C_{\max} en I es el mismo que el obtenido en I' con la permutación inversa σ' . Por lo tanto, el C_{\max} mínimo es el mismo para I y I' , y las permutaciones asociadas se deducen una de otra. En consecuencia, es indiferente buscar la minimización de C_{\max} en el ejemplar I o el I' .

3. Heurísticas analizadas

No es en cambio indiferente aplicar las heurísticas a I o a I' , pues las permutaciones obtenidas suelen tener valores C_{\max} distintos. Por lo tanto, los procedimientos heurísticos simples, como pueden ser las heurísticas constructivas, pueden mejorar la solución obtenida si se aplica el procedimiento sobre el ejemplar directo y sobre el ejemplar inverso reteniendo la mejor de las dos soluciones. En este trabajo hemos analizado 6 variantes de la heurística NEH cuya diferencia radica en la ordenación inicial de las piezas. Las ordenaciones iniciales consideradas son: la propuesta en la versión original, según la regla *Largest Processing Time* (LPT), la de Nagano y Moccellini (2002) que hemos denominado NM, la de Ronconi (2004) denominada MM, la de McCormick et al. (1989) denominada *Profile Fitting* (PF), la de Companys (1966) denominada Trapecios (TR) y la de Kalczynski and Kamburowski (2008) propuesta en la heurística NEHKK1 que hemos denominado KK. Cada una de estas variantes define una heurística que hemos designado por NEHR, NMR, MMR, PFR, TRR y KKR respectivamente. La R, final indica la incorporación del procedimiento de desempate propuesto en la fase de inserción iterativa de las piezas.

A continuación se describen las 5 ordenaciones iniciales, paso 1, así como la fase de inserción, paso 2, utilizada en de todas ellas.

4. Variantes para la ordenación inicial

- LPT . Ordenar los n trabajos en orden no creciente de P_i calculado según (1)

$$-P_i = \sum_{j=1}^m p_{j,i} \quad (1)$$

- NM: Para cada trabajo i calcula $\bar{P}_i = P_i - \max_h \{BT_{h,i}\}$, siendo $BT_{h,i}$ la cota inferior del tiempo de espera para el trabajo i entre el tiempo de finalización de sus operaciones en cada máquina y el inicio de operación en la máquina siguiente, cuando el trabajo h

precede inmediatamente al trabajo i (y sólo se consideran los trabajos h y i). Ordenar los n trabajos por orden no creciente \overline{P}_i ;

- MM: Colocar en la primera y en la última posición aquellas piezas con los menores tiempos de proceso, en la primera y en la última máquina respectivamente. Hacer $k = 2$. Seleccionar entre las piezas no colocadas aquella que proporciona el menor valor de la expresión (2):

$$-\alpha \cdot \sum_{j=1}^m |p_{j,i} - p_{j+1,h}| + (1-\alpha) \cdot P_i \quad (2)$$

donde i es la pieza candidato y h la última pieza colocada. Colocar esta pieza en la posición k . Hacer $k = k + 1$. Si $k = n$, stop.

En nuestra implementación $\alpha=0.75$ como se propone en (Ronconi. 2004).

- PF: Colocar en la primera posición una pieza cualquiera. Hacer $k=2$. Seleccionar entre las piezas no colocadas aquella que proporciona el menor valor de la expresión (3):

$$-\sum_{j=1}^m w_j \cdot it_j(i) \quad (3)$$

Donde i es la pieza candidato, w_j es un peso asociado a la máquina j ($j = 1, 2, \dots, m$) e $it_j(i)$ es el tiempo muerto en la máquina j generado por la pieza i candidata, cuando se coloca en la última posición de la secuencia parcial generada. Si hay empate entre dos piezas candidatas se da prioridad a la que minimice la expresión (4):

$$-\frac{\sum_{j=1}^m it_j(i)}{P_i} \quad (4)$$

En el caso de que el numerador sea nulo para ambas piezas se da preferencia a la pieza con mayor P_i . Colocar la pieza candidata en la posición k . Hacer $k=k+1$. Si $k=n+1$ Stop.

Dada la inexistencia de un criterio eficiente sobre cuál es la primera pieza más adecuada se prueban sucesivamente cada una de las n piezas. De todas las permutaciones se selecciona aquella que obtiene un valor menor del tiempo muerto ponderado calculado como en (5).

$$-\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n w_j \cdot it_j(i) \quad (5)$$

En caso de empate se elige la secuencia de menor C_{\max} . En nuestra aplicación hemos tomado $w_j=1$ para todos los valores de j .

- TR: Para cada pieza i , se calculan $S_{1,i}$ y $S_{2,i}$ según (6) y (7) respectivamente y se aplica a dichos valores el algoritmo de Johnson (Johnson. 1954) para obtener una secuencia. En caso de empate se da prioridad al trabajo con menor valor $S_{1i} - S_{2i}$ y si subsiste el empate al de menor p_{1i} . Esta heurística está inspirada en la idea de la pendiente (*slope*) de Palmer (Palmer. 1965).

$$-S_{1,i} = \sum_{j=1}^m (m-j) \cdot p_{j,i} \quad (6)$$

$$-S_{2,i} = \sum_{j=1}^m (j-1) \cdot p_{j,i} \quad (7)$$

- KK: Se calculan los índices a_i y b_i según (8) y (9) respectivamente y se ordenan las piezas de acuerdo al orden no creciente de $c_i = \min(a_i; b_i)$.

$$-a_i = \sum_{j=1}^m \left(m-j + \frac{(m-1) \cdot (m-2)}{2} \right) \cdot p_{j,i} \quad (8)$$

$$-b_i = \sum_{j=1}^m \left(j-1 + \frac{(m-1) \cdot (m-2)}{2} \right) \cdot p_{j,i} \quad (9)$$

5. Procedimiento de inserción

En la heurística NEH original no se define ningún criterio de desempate para determinar en qué posición se debe colocar la pieza cuando, al insertarla en posiciones distintas, se obtiene el mismo makespan. En nuestra implementación se ha considerado un procedimiento de desempate, basado en dos criterios. El primer criterio busca la minimización del tiempo muerto de las máquinas y el segundo es el propuesto por Kalczynski y Kamburowski (2008) en la heurística NEHKK1.

- Criterio TIT: Se asocia a cada posible posición de inserción el tiempo muerto total

$$\sum_{j=1}^m IT(j) \text{ donde } IT(j) = f_{j,n} - e_{j,1} - \sum_{i=1}^n p_{j,i} \cdot \text{(ver Figura 1)}.$$

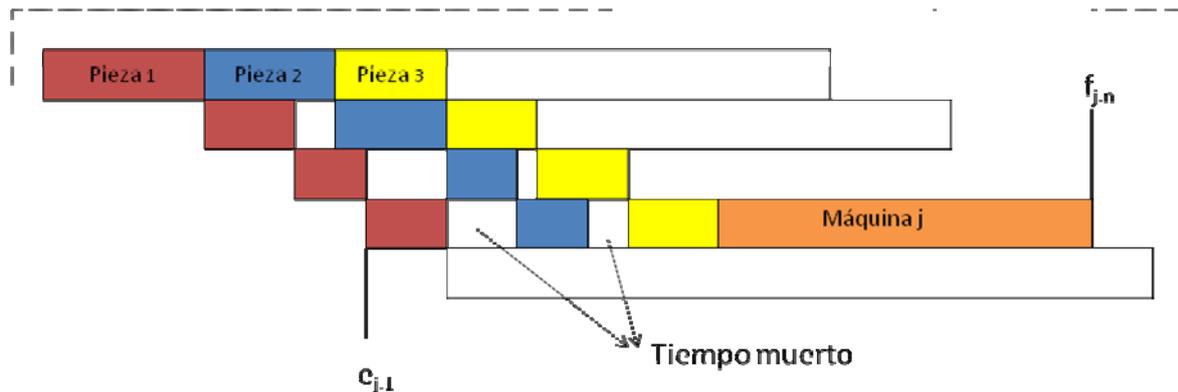


Figura 1. Representación del tiempo muerto en la máquina j

En caso de empate entre dos posiciones, se da prioridad a la que esté asociada a un tiempo muerto total menor.

- Criterio KK1: Sea i la pieza que se intercala, en caso de empate se elige

La posición más próxima a la primera si $a_i \leq b_i$

La posición más próxima a la última si $a_i > b_i$

Donde a_i y b_i corresponden a las definiciones indicadas en (8) y (9).

En consecuencia el paso 2 queda como sigue: de acuerdo al orden establecido en el paso 1, tomar los dos primeros trabajos y programarlos de forma que se minimice el makespan parcial, considerando un ejemplar con sólo dos trabajos. A continuación, para $k=3$ hasta n , insertar el k -th trabajo en una de las k posible posiciones de la secuencia parcial con el fin de minimizar el C_{\max} del problema $Fm | \text{prmu} | C_{\max}$ con k trabajos. Para desempatar elegir la

secuencia con menor tiempo muerto total de las máquinas (criterio ITT). Si persiste el empate utilizar el criterio KK1.

6. Experiencia computacional

Se ha realizado dos test. El objetivo del primer test es mostrar la efectividad del procedimiento de desempate implementado en la fase de inserción de las heurísticas. En el segundo test se analiza la mejora conseguida al aplicar las heurísticas sobre el ejemplar directo e inverso conservando la mejor de ambas soluciones.

En ambos test se han utilizado los 120 ejemplares de Taillard (1993) que combinan 20, 50, 100, 200 y 500 trabajos con 5, 10 y 20 máquinas. Todos los programas han sido implementados en Quick Basic y los experimentos se han llevado a cabo en un Pentium IV a 667Mhz y 2GB de memoria RAM.

La calidad de la solución obtenida por cada heurística se ha medido a través del índice $I_{h,i}$, calculado según (10), donde h indica la heurística e i el ejemplar. Este índice mide la discrepancia relativa entre la solución obtenida por el procedimiento respecto a la solución óptima o mejor solución conocida.

$$I_{h,i} = \frac{Heur_{h,i} - Best_i}{Best_i} \times 100 \quad (10)$$

7. Análisis de la efectividad del procedimiento de mejora.

Para analizar la efectividad del procedimiento de desempate propuesto en la fase de inserción de la heurística NEH se ha implementado la versión original, sin criterio de desempate, que hemos llamado NEH0, la versión con el criterio propuesto por Kalczynski and Kamburowski (2008) en la heurística NEH1, la versión con el criterio propuesto en el mismo artículo para el procedimiento NEHKK1, la versión con el criterio propuesto en Dong et al. (2008), que hemos llamado NEHD y, finalmente, la versión con el procedimiento propuesto en éste trabajo que hemos denominado NEHR.

En la Tabla 1 se muestra el promedio del índice I_{hi} obtenido para cada una de las colecciones de Taillard. Se puede observar que el procedimiento aquí propuesto es el más eficaz ya que es con el que, en promedio, se obtiene mejores resultados. Observamos, también que el procedimiento propuesto en la heurística NEHKK1, que nosotros hemos utilizado como segundo criterio, también es bastante efectivo. Sin embargo, vemos que los valores obtenidos con el procedimiento de desempate propuesto en Dong et al. (2008) no son buenos ya que en promedio son peores que los obtenidos por la heurística NEH original, aunque en su artículo ellos reportan valores muy inferiores a los que nosotros hemos obtenido. Pero, cabe decir, que en su artículo, estos autores, también reportan valores obtenidos por la heurística NEH, sobre estas mismas colecciones que no son correctos, por lo que cabe pensar en algún error en la implementación que no fue detectado por los revisores.

Tabla 1. Promedio del índice I_{hi} para cada colección de Taillard y procedimiento de desempate utilizado.

	NEH0	NEH1	NEHKK1	NEHD	NEHR
20x5	3.30	2.69	2.73	2.82	2.52
20x10	4.60	4.35	4.31	4.59	4.32
20x20	3.73	3.68	3.41	3.61	3.54
50x5	0.73	0.87	0.59	1.09	0.60
50x10	5.07	5.08	4.87	5.70	4.83
50x20	6.66	6.51	6.42	6.11	5.77

100x5	0.53	0.48	0.40	0.50	0.35
100x10	2.21	2.10	1.77	2.22	2.08
100x20	5.34	5.28	5.28	5.61	5.43
200x10	1.26	1.19	1.16	1.24	1.02
200x20	4.42	4.42	4.25	4.58	4.19
500x20	2.06	1.98	2.03	2.26	1.96
Promedio	3.33	3.22	3.10	3.36	3.05

8. Mejora obtenida a través de la propiedad de reversibilidad.

Con el segundo test se quiere probar la eficacia de utilizar la propiedad de reversibilidad como “procedimiento de mejora” a utilizar en las heurísticas constructivas. La ventaja de este tipo de heurísticas es que son fáciles de implementar por lo que suelen usarse en la industria y como solución inicial de heurísticas de mejora más complejas. Por lo tanto, parece interesante poder mejorar la solución obtenida manteniendo su simplicidad. En este caso la mejora propuesta se basa únicamente en aplicar la heurística sobre el ejemplar directo e inverso manteniendo la mejor de ambas soluciones. Para diferenciar y poder comparar los resultados obtenidos cuándo aplicamos los procedimientos sobre el ejemplar directo de cuándo los aplicamos sobre el ejemplar directo e inverso, hemos añadido al final del nombre de la heurística un 2, de esta forma el nuevo nombre asignado a cada procedimiento es: NEHR2, NYMR2, MMR2, PFR2, TRR2 y KKR2. Dadas las conclusiones obtenidas en el primer test la heurísticas se han implementado añadiendo en la fase 2 el procedimiento de desempate aquí propuesto.

En la Tabla 2 se muestra el promedio del índice I_{hi} obtenido para cada colección de Taillard cuando se aplican las heurísticas sobre el ejemplar directo. Podemos observar que las ordenación LPT propuesta en la heurística NEH original sigue proporcionando, en promedio, mejores resultados.

Tabla 2. Valor promedio del índice I_{hi} para cada colección de Taillard obtenido por las heurísticas sobre el ejemplar directo.

Colecciones	NEHR	NYMR	MMR	PFR	TRR	KKR
20x5	2.52	2.71	3.51	3.87	2.71	2.46
20x10	4.32	4.13	5.36	4.63	6.17	4.97
20x20	3.54	3.98	4.38	4.84	4.96	3.47
50x5	0.60	0.88	1.96	1.78	0.92	0.74
50x10	4.83	5.03	5.88	5.73	5.99	5.08
50x20	5.77	8.19	8.19	8.19	8.19	5.98
100x5	0.35	0.65	0.65	0.65	0.65	0.36
100x10	2.08	3.06	3.06	3.06	3.06	1.82
100x20	5.43	6.59	6.59	6.59	6.59	5.37
200x10	1.02	1.40	1.40	1.40	1.40	1.11
200x20	4.19	5.39	5.39	5.39	5.39	4.18
500x20	1.96	1.92	2.78	2.82	3.18	1.87
Promedio	3.05	3.66	4.10	4.08	4.10	3.12

Por otro lado, en la tabla 3, podemos ver el valor promedio, por colección, del índice I_{hi} obtenido al aplicar las heurísticas sobre el ejemplar directo e inverso manteniendo la mejor de ambas soluciones.

Tabla 3. Valor promedio del índice I_{h_i} para cada colección de Taillard obtenido por las heurísticas sobre el ejemplar directo e inverso.

Colecciones	NEHR2	NYMR2	MMR2	PFR2	TRR2	KKR2
20x5	2.33	2.37	2.91	2.97	1.77	2.32
20x10	3.87	3.15	4.63	4.45	4.29	4.11
20x20	3.29	3.42	4.08	3.75	4.39	3.25
50x5	0.47	0.71	1.50	0.91	0.52	0.49
50x10	4.35	4.63	5.61	5.26	5.45	4.35
50x20	5.56	5.68	6.34	6.74	7.14	5.69
100x5	0.34	0.32	0.85	0.42	0.41	0.35
100x10	1.68	1.73	3.01	2.83	2.43	1.78
100x20	5.08	5.00	6.06	5.99	6.38	4.70
200x10	0.94	0.91	1.85	1.53	1.09	0.97
200x20	4.06	3.86	4.91	4.81	4.99	3.93
500x20	1.81	1.82	2.56	2.66	2.91	1.77
Promedio	2.82	2.80	3.69	3.53	3.48	2.81

Comparando los valores de ambas tablas observamos que la mejora que experimentan los resultados en cada heurística es considerable. La heurística NEHR2 es un 7,5% mejor respecto a NEHR, la NYM2 es un 23,5% mejor que NYMR, MMR2 un 10,2% mejor que MMR, PFR2 un 13,5% mejor que PFR, TRR un 15,12% mejor que TRR y finalmente, KKR2 es un 9,9% mejor que KKR. Cabe notar que al aplicar el procedimiento sobre el ejemplar directo e inverso la ordenación propuesta por Nagano y Moccellini (2002) obtiene resultados ligeramente mejores que la ordenación KK aunque la diferencia entre el valor promedio del índice I_{h_i} de todas las colecciones obtenidos con NEHR2, NYMR2 y KKR2 es mínima.

Por lo tanto, dado que la mejora obtenida al aplicar los procedimientos sobre el ejemplar directo e inverso reteniendo la mejor de ambas soluciones es considerable, se aconseja utilizar la propiedad de reversibilidad del problema para mejorar el resultado obtenido por las heurísticas constructivas.

9. Conclusiones

La heurística NEH es uno de los procedimientos simples más eficientes para secuenciar piezas en un sistema flow shop con el objetivo de minimizar el makespan. En diferentes artículos se ha analizado y propuesto pequeñas modificaciones, ya sea en la secuencia inicial o en la fase de inserción, para obtener resultados aún mejores. En este trabajo, en primer lugar, hemos presentado un procedimiento de desempate a considerar en la fase de inserción con el que se obtienen mejores resultados que con los criterios hasta ahora propuestos. A continuación hemos analizado la eficiencia de 6 formas de ordenar las piezas en la fase 1. Los resultados obtenidos al comparar las 6 variantes entre sí muestran que, al aplicar el procedimiento sobre el ejemplar directo, la mejor secuencia inicial se sigue obteniendo con la ordenación LPT propuesta en la heurística NEH. Finalmente, hemos mostrado que el uso de la propiedad de reversibilidad del problema propuesto permite obtener soluciones mejores y hemos mostrado que al aplicar los procedimientos sobre el ejemplar directo e inverso, los resultados obtenidos al utilizar la secuencia inicial NM, LPT o KK son comparables ya que la diferencia en el promedio obtenido, en cada uno, es mínima.

Cabe añadir que la aplicación de una heurística sobre el ejemplar directo e inverso no aumenta la complejidad de la heurística. El tiempo necesario es prácticamente el doble, que queda ampliamente compensado por el incremento de calidad de la solución. El

procedimiento de desempate es algo más oneroso ya que la complejidad de la heurística NEH utilizando el procedimiento acelerado de Taillard pasa de $O(n^2 \cdot m)$ a $O(n^2 \cdot m^2)$.

Agradecimientos

The acknowledgements and the references titles must not be numbered. The acknowledgements must be included just before the references section.

References

Companys, R. (1966). Métodos heurísticos en la resolución del problema del taller mecánico. Estudios Empresariales, Vol. 5, No.2, pp. 7-18.

Dong, X.; Huang, H.; Chen, P. (2008). An improved NEH-based heuristic for the permutation flowshop problem. Computers & Operations Research, Vol. 35, No.12, pp. 3962-3970.

Framinan, J.M.; Leisten, R.; Ramamoorthy, B. (2003). Different initial sequences for the heuristic of Nawaz, Enscore and Ham to minimize makespan, idletime or flowtime in the static permutation flowshop sequencing problem. International Journal of Production Research, Vol. 41, No.1, pp.121-48.

Garey MR, Johnson DS. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-Completeness. San Francisco: Freeman; 1979.

Graham RL, Lawler EL, Lenstra JK, Rinnooy Kan A.H.G. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey. Annals of Discrete Mathematics 1979;5:287-326.

Gupta JND, Stafford J, Edward F. Flowshop scheduling research after five decades. European Journal of Operational Research, 2006 3/16;169(3):699-711.

Hejazi RS, Saghafian S. Flowshop-scheduling problems with makespan criterion: a review. International Journal of production research 2005;43(14):2895-929.

Johnson SM. Optimal two-and three-stage production schedules with set up times included. Naval Research Logistics Quarterly 1954;1:61-8.

Kalczynski, P.J.; Kamburowski, J. (2008). An improved NEH heuristic to minimize makespan in permutation flow shops. Computers & Operations Research, Vol. 35, No.9, pp.3001-3009.

McCormick, S.T.; Pinedo, M.L.; Shenker, S.; Wolf, B. (1989). Sequencing in an Assembly Line with Blocking to Minimize Cycle Time. Operations Research, Vol.37, pp.925-961.

Nagano, M.S.; Moccasin, J.V. (2002). A high quality constructive heuristic for flow shop sequencing. Journal of the Operational Research Society, Vol. 53, pp.1374-1393.

Nawaz, M.; Enscore, Jr. E.E.; Ham, I. (1983). A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem. Omega, Vol.11, No.1, pp. 91-96.

Palmer DS. Sequencing jobs through a multi-stage process in the minimum total time- a quick method of obtaining a near optimum. Opers Res. Q. 1965;16:101-7.

Ronconi, D.P. (2004). A note on constructive heuristics for the flowshop problem with blocking. International Journal of Production Economics, Vol. 87, No. 1, pp. 39-48.

Taillard, E. (1993). Benchmarks for basic scheduling problems. European Journal of Operational Research, Vol. 64, No.2, pp. 278-85.