

Estudio del riesgo de la aproximación clásica del CSL en la determinación del stock de referencia en políticas de revisión periódica³⁵

Eugenia Babiloni¹, Manuel Cardós¹, Marta E. Palmer¹, José Miguel Albarracín¹

¹ Dpto. de Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera s/n, 46022. Valencia. mabagri@doe.upv.es, mcardos@doe.upv.es, marpalga@doe.upv.es, jmalbarracin@doe.upv.es.

Resumen

El CSL es una de las medidas de servicio más utilizadas como criterio de diseño de la política de gestión de inventarios bajo un contexto de revisión periódica. Estableciendo un CSL objetivo, el problema consiste en determinar el stock de referencia que garantice su cumplimiento. En la literatura aparecen dos definiciones y métodos de estimación del CSL, uno aproximado, denominado clásico y otro exacto, que aplica para cualquier patrón de demanda discreto. Dado que la utilización del método exacto implica un gran esfuerzo computacional y matemático, en este artículo se analiza y cuantifica el riesgo de utilizar la aproximación clásica.

Palabras clave: Revisión periódica, nivel de servicio de ciclo, cálculo del stock de referencia.

1. Introducción y revisión de la literatura

Para escoger la política de gestión de inventarios más adecuada es necesario analizar tanto el patrón de demanda del ítem a gestionar como los factores relativos al propio sistema, es decir, los costes de mantenimiento, aprovisionamiento y transporte o la programación y secuenciación de pedidos. La política de revisión continua lleva asociado un mayor coste de revisión, sin embargo permite mantener un nivel de servicio al cliente mayor con niveles de inventario razonables [Yeh et al. (1997); Silver et al. (1998)]. Por otro lado, la política de revisión periódica permite una predicción razonable de la carga de trabajo del personal encargado de revisar y pedir material. Además, el periodo de revisión suele ser el mismo para aquellos ítems suministrados por el mismo proveedor, lo que lleva a una reducción de los costes de transporte y control [ver por ejemplo Sani y Kingsman (1997); Eynan y Kropp (1998); Chiang (2005); Chiang (2007)]. Este artículo centra su estudio en la política de revisión periódica pura (R, S) cuando el periodo de revisión, R, está predefinido y se utiliza el nivel de servicio de ciclo, CSL, como criterio para determinar el stock de referencia, S, que define la política. El procedimiento de control de la política (R, S) consiste en revisar el status del inventario cada R periodos de tiempo y en función del nivel del mismo, lanzar una orden de tamaño variable que sitúe la posición de inventario en un nivel de referencia, S.

Dado que el criterio de diseño de la política es el CSL, es importante revisar las definiciones y métodos de estimación existentes en la literatura. La definición clásica del CSL consiste en determinar la probabilidad de que no se produzca roturas de stock durante el ciclo de reaprovisionamiento [Chopra y Meindl (2001)]. La rotura de stock es definida por Silver et al. (1998) como el momento en el que el stock físico es igual a cero. Sin embargo, esta definición

³⁵ Este trabajo forma parte del proyecto GEMA financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Ref. DPI 2007-65441.

no tiene en cuenta explícitamente la satisfacción de la demanda en el ciclo, despreciándose la probabilidad de que la demanda en éste sea nula. La estimación del CSL según la definición clásica se realiza con la ampliamente utilizada expresión (1).

$$CSL_{classic} = P(D_{L+R} \leq S) = F_{L+R}(S) \quad (1)$$

Sin embargo, la política (R, S) se utiliza también para gestionar ítems cuya probabilidad de demanda nula en el ciclo no es despreciable, i.e. ítems con demanda intermitente o de lento movimiento [Dunsmuir y Snyder (1989), Snyder (1984), Leven y Segerstedt (2004), Syntetos y Boylan (2006) and Sani y Kingsman (1997)]. Esto lleva a Cardós et al. (2006) a formular una nueva definición del CSL como la fracción de ciclos en los que la demanda se satisface completamente con el stock disponible. Esta definición, denominada estándar, tiene en cuenta explícitamente la satisfacción de la demanda y es aplicable incluso cuando no existe demanda en el ciclo. Siguiendo la definición estándar, los autores proponen calcular el CSL mediante la expresión (2).

$$CSL = \int_{z_0=0}^S P(z_0) \times P(D_R \leq z_0 | D_R > 0) = \int_{z_0=0}^S P(z_0) \times \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2)$$

donde:

z_t = stock disponible en t,

D_t = demanda acumulada durante t periodos consecutivos,

$f_t(\cdot)$ = función de masa de la demanda en t,

$F_t(\cdot)$ = función de probabilidad acumulada en t,

La expresión (2) es aplicable a cualquier patrón de demanda discreto, independiente e idénticamente distribuido, i.i.d. y calcula el valor exacto del CSL cuando el sistema no permite diferir demanda. Dado que el cálculo del CSL como en (2) es muy complejo e implica un gran esfuerzo matemático y computacional que no se justifica en todos los casos, el objetivo de este artículo es identificar bajo qué condiciones es posible utilizar la aproximación clásica para calcular S así como identificar los riesgos que conlleva, para el sistema de gestión, su utilización.

El artículo se organiza como sigue. En la sección 2 se establecen las hipótesis de aplicación y el diseño del experimento. La Sección 3 se dedica al análisis y discusión de los resultados, tanto desde un punto de vista descriptivo como exploratorio, que se derivan del amplio experimento llevado a cabo en este trabajo. Por último, las principales conclusiones y el trabajo futuro se recogen en la Sección 5.

2. Hipótesis y diseño del experimento

Para el diseño del experimento, programado en JAVA, se asumen las siguientes hipótesis: (i) la orden de aprovisionamiento se contabiliza al final del periodo en el que se recibe; (ii) el plazo de aprovisionamiento L se considera constante y conocido; (iii) el sistema de gestión de inventarios no permite diferir demanda luego, dado que L se considera constante, $R > L$; y (iv) el proceso de demanda se asumen que es estacionario, con una función de distribución de probabilidades i.i.d., discreta y conocida. Según estas hipótesis y con el fin de cubrir el mayor número de tipologías de demanda posibles según la categorización de Syntetos et al. (2005), se selecciona: (1) la distribución de Poisson(λ); (2) la distribución de Bernoulli(θ); (3) la distribución Binomial(n, θ); (4) la distribución Geométrica(θ); y (5) la distribución Binomial Negativa(r, θ) que puede entenderse también como una distribución de Poisson compuesta

por una distribución de Poisson y una Gamma. Dado que la distribución de Bernoulli es equivalente a la distribución Binomial cuando el $n=1$ [ver por ejemplo Peña (1998)] y la distribución geométrica es equivalente a la Binomial Negativa para $r=1$ [ver p. ej. Walpole et al. (1999)], el experimento se reduce a considerar las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa con la apropiada combinación de parámetros, que se muestran en la Tabla 1 junto con los demás parámetros introducidos como dato para la experimentación.

Tabla 1. Distribuciones de demanda y valores utilizados para la experimentación.

CSL_objetivo=		0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99
Periodo de revisión, R=		2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 30
Plazo de aprovisionamiento, L=		1, 3, 5, 7, 10, 15, 20
Poisson	λ	0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20
Binomial	n	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15, 20
	θ	0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.99
Binomial Negativa	r	0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5
	θ	0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99

Dado que, tanto con el método de cálculo exacto como con la aproximación clásica se pueden generar un número ilimitado de políticas que cumplen con el CSL establecido como objetivo, en cada caso se selecciona aquel que genera el menor inventario medio en el ciclo, o lo que es lo mismo, el menor stock de referencia que cumple las inecuaciones (3) y (4).

$$CSL_{objetivo} \leq CSL_{exacto} = \sum_{z_0=0}^{S_{exacta}} P(z_0) \times \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (3)$$

$$S_{clasica} \leq F_{L+R}^{-1}(CSL_{objetivo}) \quad (4)$$

3. Análisis de los resultados

3.1. Caracterización de los errores y análisis descriptivo

De la combinación factible de los valores de la Tabla 1 resultan un total de 115.941 casos distintos, para los cuales se obtienen dos políticas de gestión, una calculada con el método exacto, denominada (R, S_{exacta}) y otra con la aproximación clásica, denominada (R, $S_{clasica}$). Al comparar las dos políticas que se obtienen en cada caso, se observan tres situaciones: (1) cuando $S_{clasica} = S_{exacta}$, y por tanto, la aproximación clásica se comporta como la exacta; (2) cuando $S_{clasica} > S_{exacta}$, y por tanto la aproximación clásica sobreestima el valor exacto de S; y (3) $S_{clasica} < S_{exacta}$, y por tanto la aproximación clásica subestima el valor exacto de S. Obviamente, la tipología de error que se produce en (2) y (3) tiene un impacto distinto para el sistema de gestión de inventarios. El error que se deriva del caso (2), denominado en adelante EC1, si bien tiene un impacto negativo en el inventario medio, garantiza el cumplimiento del CSL objetivo. Sin embargo, el error derivado del caso (3), denominado EC2, implica no cumplir con el CSL objetivo, quedando el sistema más expuesto a roturas de stock de lo que el diseñador del sistema cree.

En un intento de conocer qué variables influyen en el comportamiento de la aproximación clásica en términos de error relativo cometido por el $S_{clásica}$, se lleva a cabo un análisis descriptivo que considera las siguientes variables: (i) el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda CV^2 ; (ii) el intervalo medio entre demandas p ; (iii) el coeficiente de asimetría $M3$; y (iv) el coeficiente de apuntalamiento $M4$; (v) la demanda media unitaria de la distribución original, μ ; (vi) la demanda media en R , μ_R ; (vii) la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} ; (viii) la demanda unitaria de la distribución de las órdenes de demanda, μ_y ; (ix) la probabilidad de demanda nula, $P(0)$; (x) el CSL objetivo; y (xi) el periodo de revisión R y el plazo de aprovisionamiento, L . Sin embargo, la fuerte correlación que aparece entre estas variables hace irrealizable los coeficientes de un posible modelo de regresión Lehmann et al. (1997) y es por ello que se necesita recurrir a una técnica de minería de datos, denominada árboles de clasificación y regresión, en adelante C&RT, popularizada por Breiman et al. (1984).

3.2. Análisis exploratorio de los resultados

El propósito de un C&RT consiste en utilizar las variables explicativas de modelo para generar un esquema de clasificación que explique y sirva para predecir el valor que toma una determinada variable. El árbol de clasificación y regresión resultante de analizar los errores EC1 y EC2, identifica 24 nodos finales que se corresponden con zonas de comportamiento homogéneo. En la Tabla 2 se presenta, para cada uno de los nodos resultantes, el número de casos presente en él, el porcentaje de casos en los que la aproximación clásica incurre en EC1 y EC2, así como la media y desviación típica de los errores, que, obviamente, ha de ponerse en el contexto del tamaño de S .

Del análisis del C&RT resultante se observa que, de las 11 variables analizadas por el C&RT, sólo el CV^2 , la μ_{R+L} , el CSL objetivo y con menor presencia el coeficiente $M3$ afectan al modelo. Esto hace posible que estas zonas de comportamiento homogéneo puedan representarse gráficamente en un nuevo espacio de representación limitado por el CV^2 y la μ_{R+L} . Es importante señalar que estas variables están influidas no sólo por el patrón de demanda del ítem sino también por la política de inventario seguida por la empresa. Las Figuras 1, 2, 3 y 4 se muestra la representación gráfica de los nodos para un $CSL > 0.97$, para $0.875 < CSL \leq 0.97$, para $0.72 < CSL \leq 0.875$ y para $CSL \leq 0.72$ respectivamente. En ellas se puede observar que los nodos 6, 38, 39, 48, 49, 58 y 59 son comunes a todas las representaciones por ser independientes del valor del CSL objetivo.

Tabla 2. Caracterización de nodos y errores tipo EC1 y EC2

Nodo	Num. casos	EC1			EC2		
		%	μ	σ	%	μ	σ
48	2,068	0.29	-50.00	—	9.86	26.58	9.17
57	380	3.68	-35.71	6.05	8.95	29.66	4.20
55	1,638	2.44	-25.49	3.52	5.19	14.39	3.71
76	366	0.00	—	—	4.64	12.57	1.75
79	683	6.44	-11.14	1.93	0.15	9.09	—
144	1,454	5.64	-1.28	1.11	0.00	—	—
182	7,027	4.08	-2.12	1.92	0.67	7.55	1.92
66_13	272	3.68	-21.00	2.11	5.88	16.50	2.45
6	16,973	0.00	—	—	70.34	73.73	28.83
38	1,848	0.00	—	—	90.48	52.73	27.78
49	1,606	0.00	—	—	23.60	27.34	10.16
58	1,089	0.00	—	—	50.96	25.12	10.99
80	850	3.65	-17.21	4.03	29.41	15.34	6.24
183_2	166	0.00	—	—	58.43	5.49	3.15
39	352	0.00	—	—	100.00	63.37	26.75
59	704	0.00	—	—	95.17	32.77	19.83
81_2	120	0.00	—	—	100.00	75.00	14.36
183_3	834	15.59	-1.16	0.56	1.20	2.03	0.06
56	985	14.31	-39.83	8.16	0.51	31.67	3.73
66	6,656	33.85	-21.12	5.83	0.24	22.87	3.53
78	683	14.35	-12.75	1.94	0.29	10.56	0.79
81_3	210	0.00	—	—	90.95	17.50	8.92
82	56,345	81.01	-5.14	4.28	0.21	11.47	4.46
145	12,632	41.39	-2.28	2.02	0.48	5.25	2.10

Al observar el modelo de comportamiento y la evolución de los errores en las Figuras 1, 2, 3 y 4 se aprecia claramente que la aproximación clásica muestra un porcentaje de error EC2 muy alto cuando μ_{R+L} es pequeña y el CV^2 es elevado, lo cual era de esperar puesto que el coeficiente de variación cuadrado es de las órdenes de demanda, y por tanto es mayor según aumenta la probabilidad de demanda nula en el ciclo. Por otro lado, la tendencia para el EC1, sin ser complementaria, es inversa a la del EC2. Si la tipología y tendencia del error se pone en el contexto de las categorías de demanda descritas por Syntetos et al. (2005), aquellas que tiene un μ_{R+L} pequeño y un CV^2 elevado, se corresponden con patrones de demanda intermitentes y erráticos. Inventarios tan estratégicos como, por ejemplo, los repuestos de mantenimiento suelen presentar patrones intermitentes. Por tanto, dado que incurrir en EC2 implica que el stock de referencia está siendo subestimado por la aproximación clásica y por tanto no se garantiza alcanzar el CSL objetivo, en aquellos nodos en los que este porcentaje sea muy elevado, utilizar la aproximación clásica para calcular el stock de referencia de la política implica directamente un mayor riesgo de incurrir en roturas de stock. Este riesgo queda cuantificado en este trabajo (ver Tabla 2), de manera que, si se utiliza la aproximación clásica en cualquier caso (o nodo), o lo que es lo mismo, para cualquier patrón de demanda y CSL objetivo, el diseñador del sistema puede ser consciente del error que se comete y corregirlo.

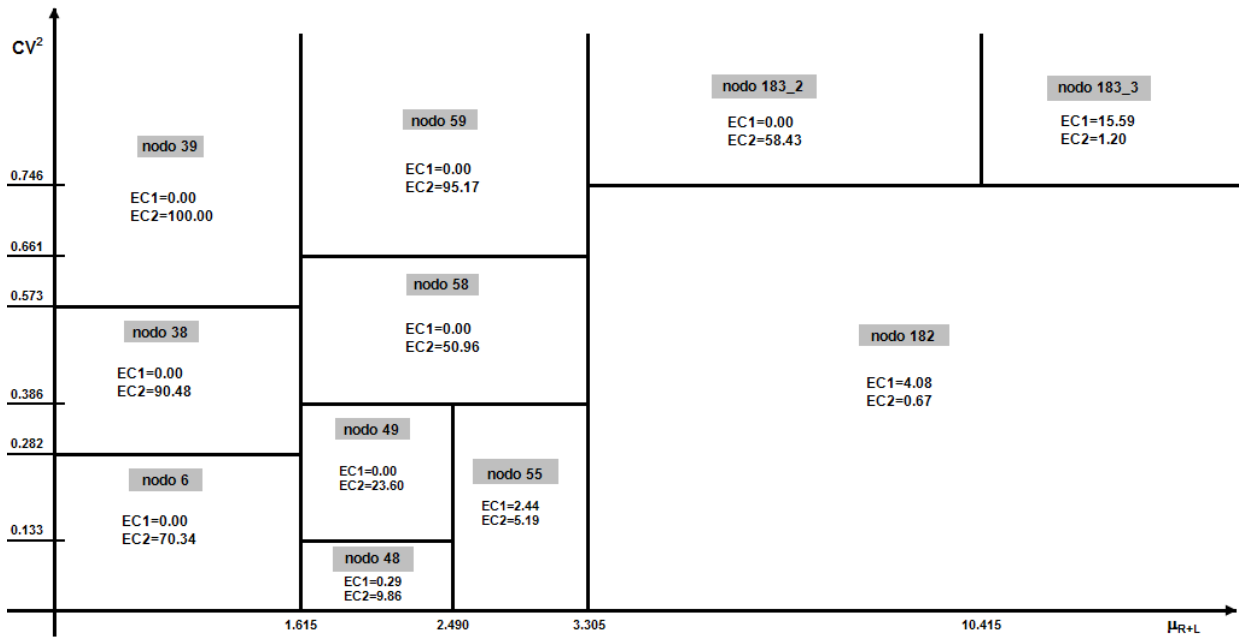


Figura 1. Representación de zonas de comportamiento homogéneo para $CSL > 0.97$.

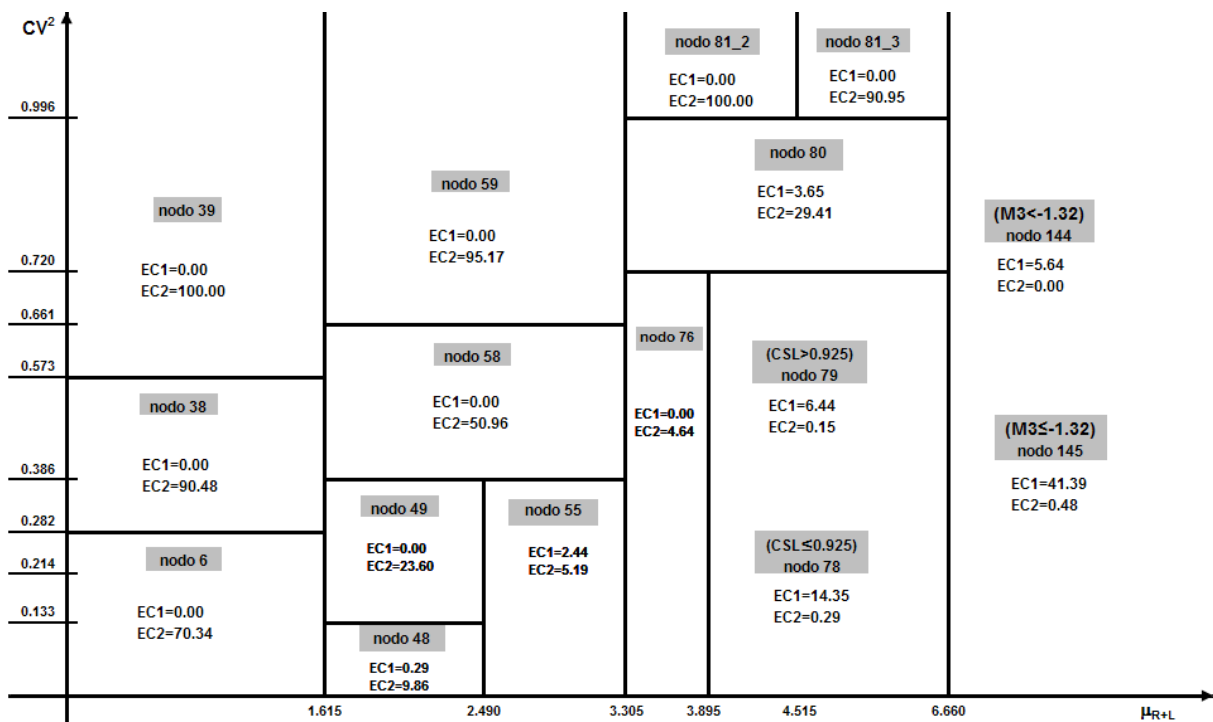


Figura 2. Representación de zonas de comportamiento homogéneo para $0.875 < CSL \leq 0.97$.

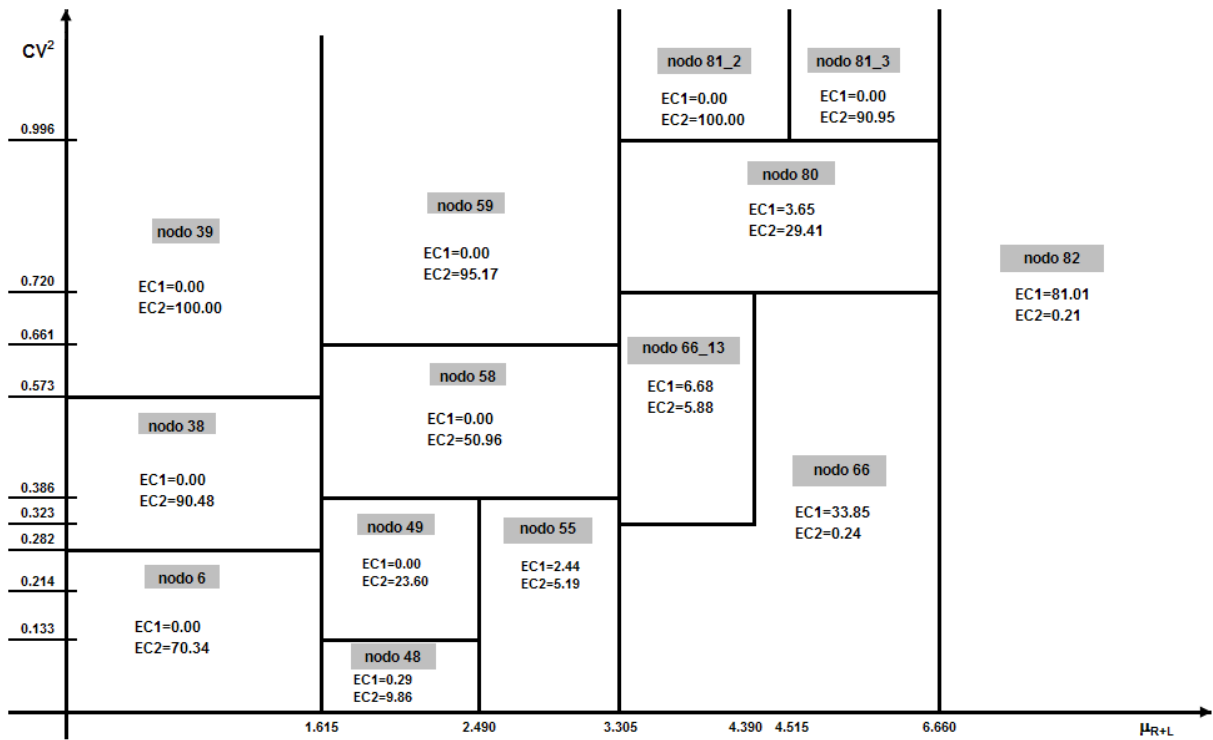


Figura 3. Representación de zonas de comportamiento homogéneo para $0.72 < CSL \leq 0.875$.

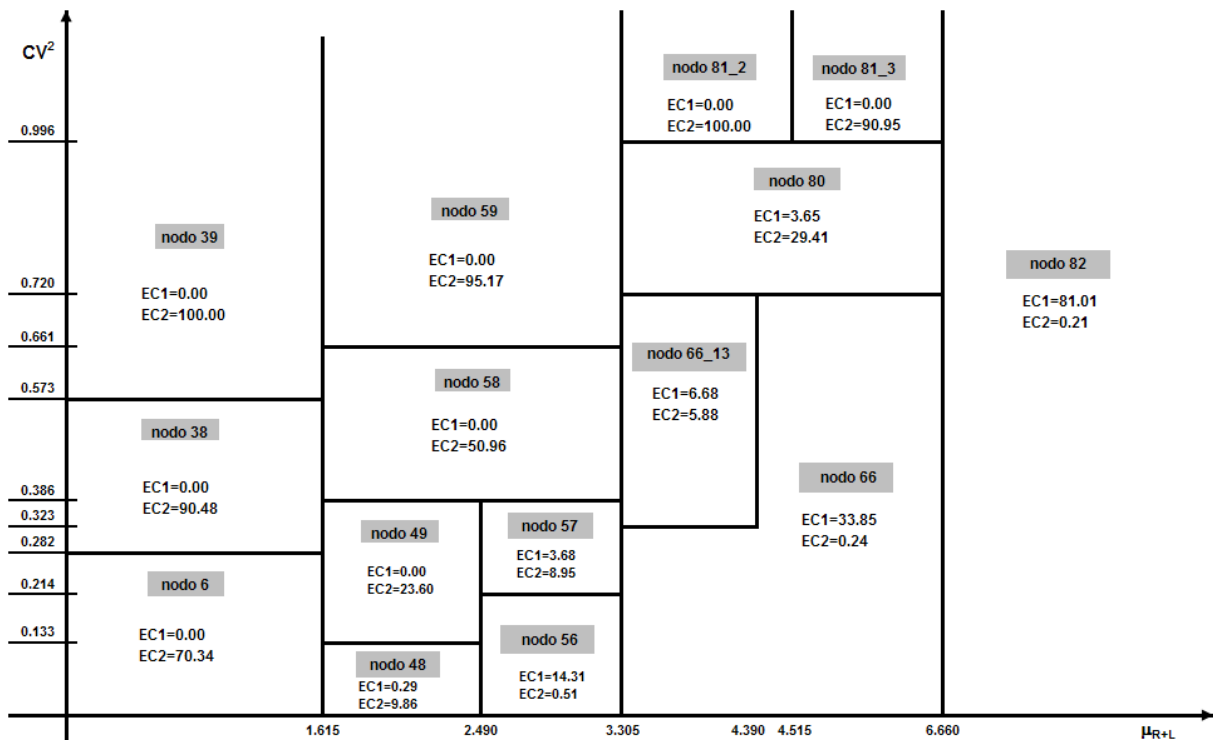


Figura 4. Representación de zonas de comportamiento homogéneo para $CSL \leq 0.72$

4. Conclusiones

Es este artículo se analiza el comportamiento de la aproximación clásica frente al cálculo exacto del CSL cuando se utilizan para determinar el stock de referencia, S , de una política de

revisión periódica (R, S), cuando el patrón de demanda se asume discreto. Para ello se analiza la tipología de los errores en los que la aproximación clásica incurre, detectándose dos tipos de errores: los EC1, que se corresponden con los casos en los que la aproximación clásica sobreestima el stock de referencia obtenido con el cálculo exacto; y los EC2, que se corresponden con los casos en los que la aproximación clásica subestima el stock de referencia obtenido con el cálculo exacto.

A través del análisis exploratorio de los resultados de la amplia experimentación para la que se utilizan los árboles de clasificación y regresión, se detectan zonas de comportamiento homogéneo de la aproximación clásica frente al cálculo exacto con respecto al cálculo del stock de referencia S. Dichas zonas se representan gráficamente en un espacio de representación delimitado por el CV^2 de la distribución de órdenes de demanda, y por tanto, función de la probabilidad de demanda nula en el ciclo, y μ_{R+L} , variables relativas tanto al patrón de demanda del ítem como al sistema de gestión, que facilita observar cómo evolucionan los errores según su tipología. En las Figuras 1, 2, 3, y 4 se observa gráficamente la evolución por tipología de error de cada una de las zonas de comportamiento homogéneo resultantes cuando el $CSL > 0.97$, $0.875 < CSL \leq 0.97$, $0.72 < CSL \leq 0.875$ y $CSL \leq 0.72$ respectivamente, dado que el CSL objetivo también afecta al modelo. Al analizar las Figuras 1, 2, 3 y 4 se observa que los errores de clasificación EC1 y EC2 muestran tendencias distintas. Los EC1 aumentan con μ_{R+L} y disminuyen con el CV^2 , mientras que los EC2 disminuye con μ_{R+L} y aumenta con el CV^2 . Dado que los EC2 tienen un impacto directo con la consecución del objetivo de diseño, en aquellos nodos en los que la aproximación clásica muestre valores de EC2 elevados, no será recomendable su utilización. Sin embargo, si no se dispone de medios para utilizar el cálculo exacto, con el estudio desarrollado en este artículo, el diseñador del sistema es consciente de los riesgos asociados al uso de la aproximación clásica, pudiendo por tanto corregirlo, lo cual contribuye directamente a mejorar la gestión del inventario desde el diseño de la política.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto GEMA financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Ref. DPI 2007-65441.

Referencias

Cardós, M.; Miralles, C.; Ros, L. (2006). An exact calculation of the cycle service level in a generalized periodic review system. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, No 10, pp. 1252-1255.

Chiang, C. (2005). Optimal ordering policies for periodic-review systems with replenishment cycles. *European Journal of Operational Research*, Vol. 170, No 1, pp. 44-56.

Chiang, C. (2007). Optimal ordering policies for periodic-review systems with a refined intra-cycle time scale. *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No 2, pp. 872-881.

Chopra, S.; Meindl, P. (2001). *Supply Chain Management*. Western Publishing Co.

Dunsmuir, W.T.M.; Snyder, R.D. (1989). Control of Inventories with Intermittent Demand. *European Journal of Operational Research*, Vol. 40, No 1, pp. 16-21.

Eynan, A.; Kropp, D.H. (1998). Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *Iie Transactions*, Vol. 30, No 11, pp. 1025-1033.

Leven, E.; Segerstedt, A. (2004). Inventory control with a modified Croston procedure and Erlang distribution. *International Journal of Production Economics*, Vol. 90, No 3, pp. 361-367.

Sani, B.; Kingsman, B.G. (1997). Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 48, No 7, pp. 700-713.

Silver, E.A.; Pyke, D.F.; Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. 3th ed. John Wiley & Sons.

Snyder, R.D. (1984). Inventory Control with the Gamma Probability-Distribution. *European Journal of Operational Research*, Vol. 17, No 3, pp. 373-381.

Syntetos, A.A.; Boylan, J.E. (2006). On the stock control performance of intermittent demand estimators. *International Journal of Production Economics*, Vol. 103, No 1, pp. 36-47.

Syntetos, A.A.; Boylan, J.E.; Croston, J.D. (2005). On the categorization of demand patterns. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 56, No 5, pp. 495-503.

Yeh, Q.J.; Chang, T.P.; Chang, H.C. (1997). An inventory control model with gamma distribution. *Microelectronics and Reliability*, Vol. 37, No 8, pp. 1197-1201.