

## Diseño de una metodología para la evaluación de la eficiencia de redes de metro basada en DEA

David Canca<sup>1</sup>, Gabriel Villa<sup>1</sup>, Encarnación Algaba<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Sevilla. Universidad de Sevilla. Avda. De los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla. dco@us.es, gvilla@esi.us.es, ealgaba@us.es

### Resumen

*En el presente trabajo se propone una metodología basada en DEA que proporcione la eficiencia de redes de metro. A partir de las dos salidas que se han identificado como las que mejor representan el buen funcionamiento de las redes de metro (pasajeros y pasajeros por Km.), se establece una regresión multivariante que determine, de entre todos los recursos utilizados por la red, los que mejor explican las salidas consideradas. Este resultado se analiza mediante un análisis DEA, para posteriormente diseñar un perceptrón multinivel capaz de prever los targets de una red no analizada.*

**Keywords:** DEA, regresión multivariante, modelos SBM, redes neuronales.

### 1. Introducción

En el presente trabajo se propone una metodología que determine la eficiencia técnica de redes de metro desde el punto de vista del usuario, y no de la compañía proveedora del servicio. Para ello se ha construido una metodología con tres etapas.



**Figura 1.** Fases de la metodología propuesta.

En primer lugar se analizarán y seleccionarán los posibles inputs que servirán para evaluar la eficiencia de una red de metro determinada. Esto se realizará mediante una regresión multivariante. Posteriormente, a través del uso de un modelo DEA, se evaluará la eficiencia de las redes de metro de las ciudades que han sido determinadas. Por último se diseñará y entrenará una red neuronal multicapa para cada una de las salidas del problema que proporcionará una previsión de la eficiencia de una red de metro diferente a las tenidas en cuenta en el paso anterior.

## 2. Revisión de la literatura

Muchos son los autores que se han preocupado por la problemática de medir el buen funcionamiento de los sistemas urbanos de transporte. Aunque existen autores como Gilbert y Gajani (1975) o Fielding et al. (1985) que han propuesto varios indicadores para tal fin (eficiencia, eficacia, impacto,...), el análisis por envoltura de datos, se ha revelado como una herramienta que proporciona un único indicador que reúne las diversas características del sistema de transporte. Algunos estudios en este sentido son Viton (1998), Husain et al. (2000), Kerstens, (1996), Odeck y Hjalmarsson (1996) o Chu et al. (1992).

Por otra parte, existen estudios dedicados a la creación de una metodología que midiera la eficiencia de los sistemas de transportes desde el punto de vista de la empresa, véase Hartgen y Segedy (1996) o Karlaftis (2004). Sin embargo, se ha detectado una ausencia de trabajos dedicados en exclusiva al diseño e implantación de una metodología que evalúe la eficiencia de un sistema de transporte desde el punto de vista del usuario, con un análisis de post-eficiencia.

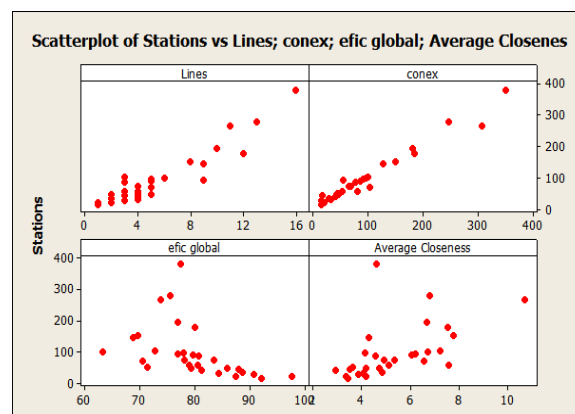
## 3. Regresión multivariante

Son muchas las posibles entradas que determinan el éxito de la utilización de una red de metro por parte de los pasajeros. Éstas pueden ser clasificadas en características de la red (población, superficie, condiciones geográficas, modos alternativos de transporte), propiedades físicas y topológicas de la red (líneas, estaciones, cobertura de la red, eficiencia global, número de conexiones, proximidad media), y parámetros de gestión de la red (frecuencias, precio).

Por otro lado, en este análisis se ha considerado que tanto el número de pasajeros que la red transporta como el número de pasajeros transportados por kilómetro son las variables que mejor determinan los resultados de una red de metro de entre las que se tenían disponibles.

En este apartado se determinarán las variables de entrada que mejor expliquen los resultados de una red de metro a través de un análisis de regresión multivariante. Así, la herramienta utilizada para este fin fue el MINITAB STATISTICAL SOFTWARE 15.

En la figura 2 se muestra uno de los resultados obtenidos de la regresión multivariante cuando las variables involucradas en el análisis fueron el número de estaciones, el número de líneas, el número de conexiones, la eficiencia global y la proximidad media.



**Figura 2.** Resultados de la regresión multivariante de número de estaciones respecto a líneas, conexiones, eficiencia global y proximidad media.

Una vez realizado el análisis completo, las entradas más relevantes en la consecución de las salidas han resultado ser: longitud de la red de metro, número de estaciones, número de conexiones, número de líneas, media de la proximidad.

#### 4. Modelo SBM-DEA para la medición de la eficiencia de redes de metro

En esta fase de la metodología, se propone un análisis de la eficiencia basada en la herramienta DEA, Charnes et al. (1978), Cooper et al. (2000). El problema planteado, una vez realizada la regresión multivariante, se resume en el siguiente gráfico.

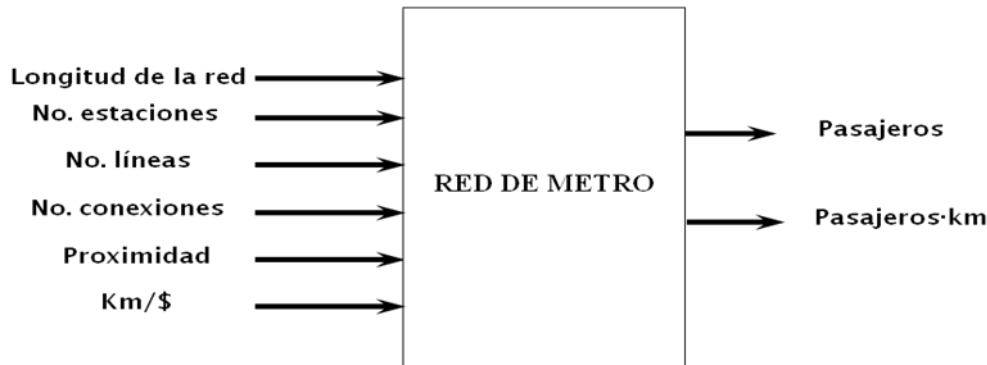


Figura 3. Entradas y salidas del problema DEA propuesto.

Hay que hacer notar que la entrada KM/\$ es una medida del precio del billete ponderado con la longitud de la red de metro. Sin embargo, como puede observarse, se ha considerado la inversa debido a que cuanto menor fuera el precio del billete, mayor sería el número de pasajeros que la red de metro debería obtener.

Para resolverlo, se propone un modelo que se adecúe a las condiciones del problema: tecnología de retornos de escala variable (ya que las redes de metro tienen tamaños muy dispares), orientación de salida (ya que todas las entradas serán consideradas no discrecionales), y modelo no radial (para apurar las mejoras de cada una de las salidas consideradas).

En este trabajo se ha optado por utilizar un modelo que utiliza un indicador de eficiencia basado en holguras (SBM-model), y que fue propuesto por Tone (2001).

Sean:

$j=1, \dots, n$ : índice para las redes de metro

$i=1, \dots, m$ : índice para las entradas

$k=1, \dots, s$ : índice para las salidas

$x_{ij}$ : entrada  $i$  consumida por la red  $j$

$y_{kj}$ : salida  $k$  producida por la red  $j$

$h_k^+$ : variable de holgura para la salida  $k$

$\lambda_j$ : variable para la proyección de las redes sobre la frontera eficiente

$$\text{Max } 1 + \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \frac{h_k^+}{y_{kj}}$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} \quad i=1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj} = y_{k0} + h_k^+ \quad k=1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (*)$$

$$\lambda_j, h_k^+ \geq 0$$

(1)

El modelo expuesto impone mejoras en las salidas a través de la variable de holgura  $h_k^+$ . De esta forma, la función objetivo maximiza la media de las variables  $h_k^+$ , ponderada con respecto al valor inicial de sus correspondientes salidas. El asterisco en la restricción de las variables  $\lambda_j$ , indica que si dicha restricción es considerada, el modelo se resuelve bajo una tecnología de retornos de escala variables (VRS), y que si es ignorada, el modelo es resuelto bajo retornos de escala constantes (CRS). La solución del modelo, resuelto tanto para el caso CRS como para el VRS, es expuesta en la siguiente figura:

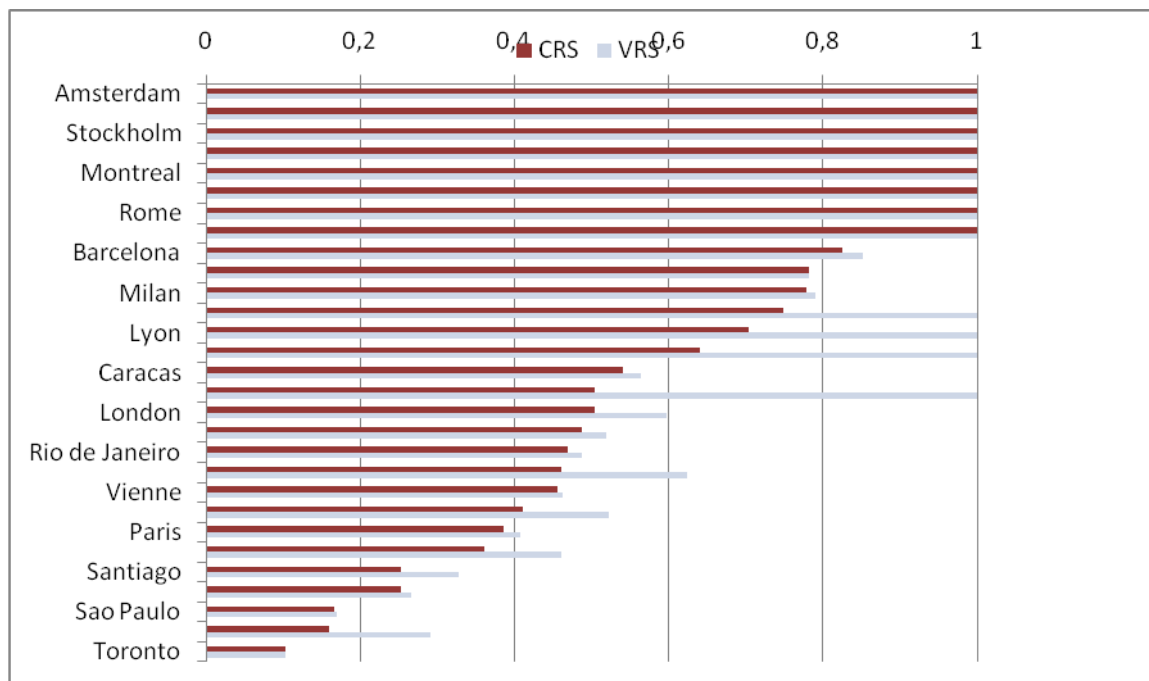


Figura 4. Resultado del modelo SBM-DEA propuesto.

Puede observarse que, en presencia de retornos de escala variables, sólo 12 ciudades de las 29 estudiadas han resultado ser eficientes. Además, se observan ciudades como Sao Paulo o Toronto que obtienen una eficiencia por debajo del 20%.

El análisis de la eficiencia de escala, definida como:

$$\text{Eficiencia de escala} = \frac{\text{Eficiencia}_{VRS}}{\text{Eficiencia}_{CRS}} \quad (2)$$

arroja unos resultados interesantes. De esta forma cabe destacar que, así como hay ciudades como Barcelona o Milán que obtienen una eficiencia de escala cercana a la unidad, otras ciudades como Lyon presentan ineficiencias de escala muy acusadas, lo que indica que no están en el tamaño de las ciudades más productivas del problema, con lo que el modelo indica que debería aumentar las dimensiones de su red de metro.

El análisis proporcionado por las proyecciones establecidas por el modelo es también de mucho interés.

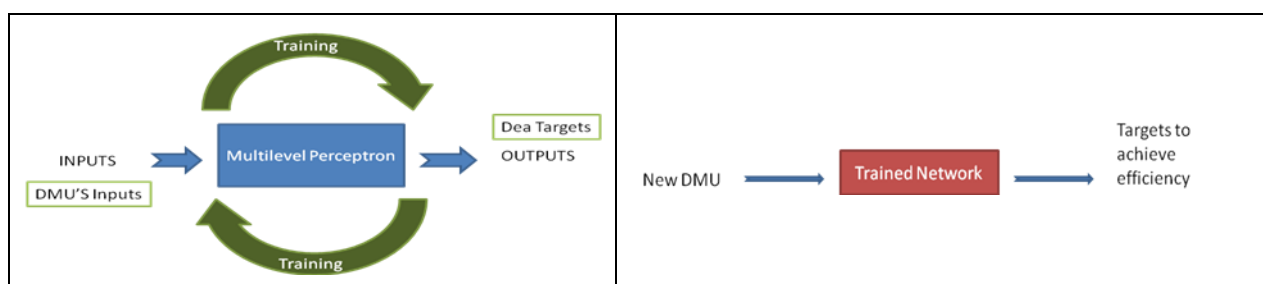
**Tabla 1.** Resultados de las proyecciones obtenidas por el modelo SBM-DEA

DMU	DMU	Amsterdam	Bangkok	Copenhaga	Stockholm	Helsinki	Lisbon	Los Angeles	Lyon	Montreal	Munich	Roma	Warszawa
1	Amsterdam	1.00											
2	Bangkok		1.00										
3	Barcelona	0.31					0.28			0.42			
4	Berlin									0.25	0.75		
5	Caracas	0.26					0.74						
6	Chicago						0.05			0.95			
7	Copenhagen			1.00									
8	Stockholm				1.00								
9	Helsinki					1.00							
10	Hong Kong						0.81			0.02	0.17		
11	Lisbon						1.00						
12	London				0.43						0.57		
13	Los Angeles							1.00					
14	Lyon								1.00				
15	Madrid						0.69				0.31		
16	Milan				0.15		0.43					0.43	
17	Montreal									1.00			
18	Moscow						1.00						
19	Munich										1.00		
20	Oslo	0.46		0.12	0.42								
21	Paris	0.21					0.10			0.69			
22	Prague		0.94				0.03					0.03	
23	Rio de Janeiro		0.42			0.25						0.15	0.17
24	Roma											1.00	
25	Santiago						1.00						
26	Sao Paulo						1.00						
27	Toronto									1.00			
28	Vienne	0.71					0.12			0.17			
29	Warszawa												1.00
	Peer count	6	3	2	4	2	12	1	1	8	5	4	2

Es notable el papel que juega la red de metro de Lisboa en los resultados obtenidos, ya que es la que más veces es objeto de comparación por las redes de ciudades ineficientes (12 proyecciones). Esto es debido a que la red de metro de Lisboa tiene un tamaño que está en los niveles de la mayoría de las ciudades usadas en la comparación.

### 5. Red neuronal para la previsión de la eficiencia de redes de metro

En este apartado se presenta el diseño de una red neuronal entrenada con los resultados obtenidos del análisis de eficiencia anterior, con el objeto de crear una herramienta de previsión de la eficiencia de futuras redes de metro. De esta forma se propone la siguiente metodología. Primero se entrenará una red neuronal por cada salida del modelo DEA, de forma que se consiga el mejor ajuste para los recursos considerados para cada una de las redes de metro del problema. Una vez entrenadas, ambas redes se usarán para prever los resultados que debieran tener redes de metro no exploradas con DEA, para que sean eficientes.



**Figura 5.** Utilización de la red neuronal para la previsión de targets.

A través del software ALYUDA NEUROINTELIGENCE se estudiaron diversas estructuras de red neuronal para cada una de las dos salidas, eligiendo la que mejor ajuste obtenía con las entradas del problema. La red resultante para la salida número de pasajeros, y los ajustes realizados en el entrenamiento de la misma se muestran en las siguientes figuras.

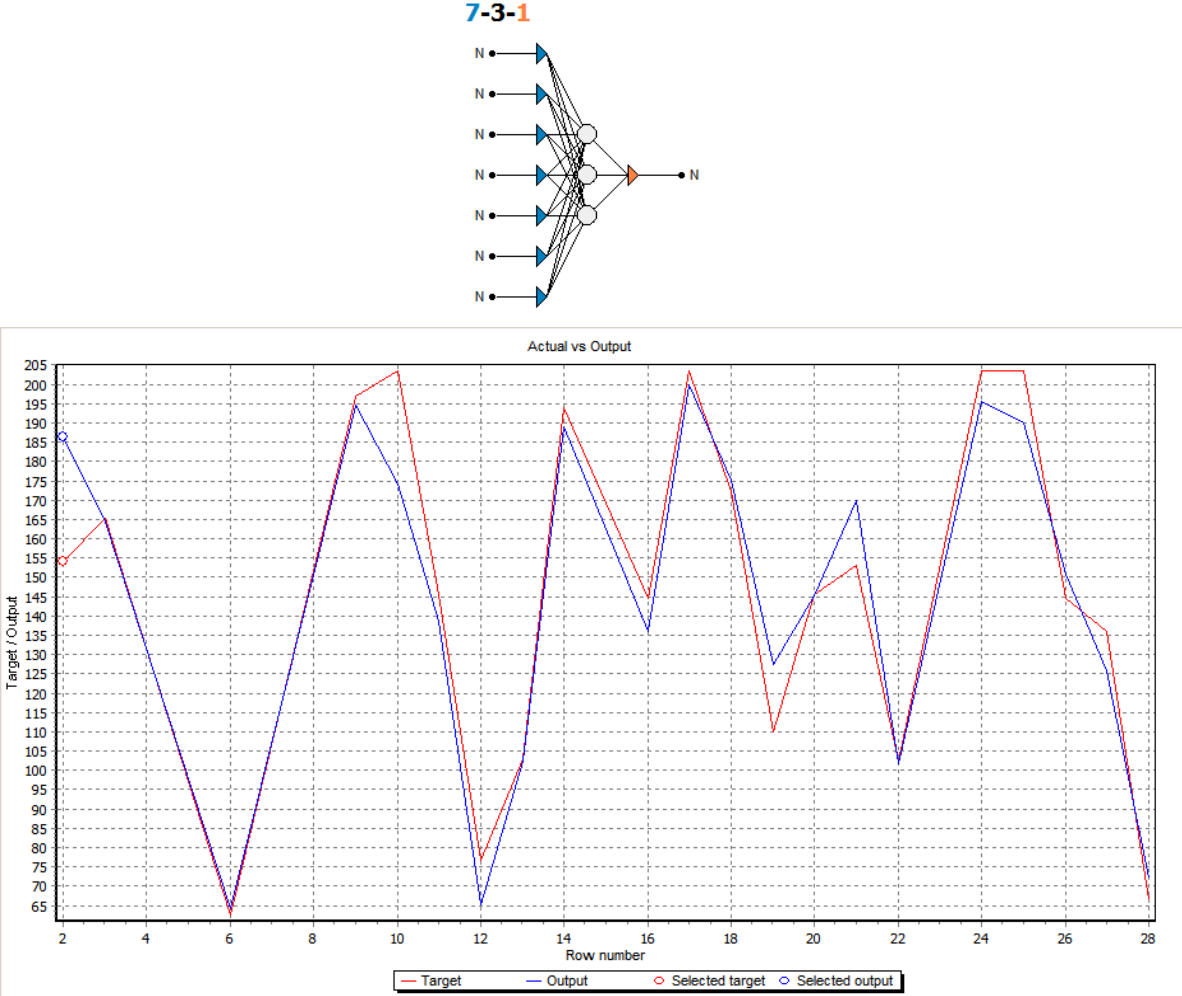


Figura 5. Red neuronal propuesta para el número de pasajeros y resultado del ajuste en el entrenamiento.

La segunda red neuronal obtenida para el número de pasajeros por kilómetro asociado a cada red de metro resultó tener la siguiente estructura:

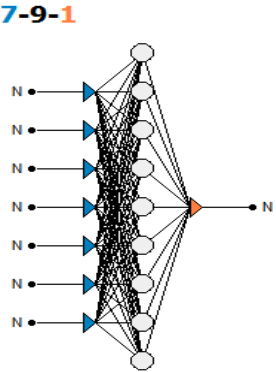


Figura 6. Red neuronal propuesta para el número de pasajeros por kilómetro.

En la siguiente tabla se muestra el resultado del entrenamiento de diferentes redes con diferentes estructuras, y cómo la seleccionada (7-9-1), es la que mejor se ajusta a los datos utilizados.

**Tabla 1.** Resultados de los entrenamientos de diversos perceptrones multinivel previos a la elección de la red neuronal asociada a pasajeros por kilómetro.

ID	Architecture	# of Weights	Fitness	Inverse Test err	Akaike's criterion	R-Squared	Correlation	Train Error
1	[7-1-1]	10	0.015687	63.747478	0.030525	0.024867	0.398618	40.055981
2	[7-18-1]	163	0.016344	61.185844	0.002952	0.048286	0.670984	40.081097
3	[7-11-1]	100	0.015036	66.507912	0.004695	-0.024713	-0.326932	40.444874
4	[7-7-1]	64	0.015861	63.048504	0.007106	0.041092	0.552405	39.995232
5	[7-4-1]	37	0.015396	64.950027	0.011515	0.012739	0.332486	40.195724
<b>6</b>	<b>[7-9-1]</b>	<b>82</b>	<b>0.031826</b>	<b>31.420471</b>	<b>0.006112</b>	<b>0.625278</b>	<b>0.873021</b>	<b>22.627241</b>
7	[7-10-1]	91	0.015637	63.949219	0.00513	0.016866	0.479249	40.323452
8	[7-8-1]	73	0.015893	62.921024	0.006299	0.041717	0.49056	40.039989

Por último, hay que comentar que los resultados aportados por las redes neuronales seleccionadas han sido contrastados usando los datos de diversas redes de metro con un posterior análisis DEA. Los resultados obtenidos fueron muy similares, lo que ratifica la idoneidad del método propuesto.

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto el diseño e implementación de una metodología que mida la eficiencia desde el punto de vista del usuario de este servicio. Para ello, se ha realizado una elección de las variables del problema a través de una regresión multivariante, se ha empleado un modelo DEA basado en la métrica SBM, y por último se han diseñado sendas redes neuronales que han sido entrenadas con los resultados obtenidos por el modelo anterior, pudiéndose realizar previsiones de eficiencia para cualquier otra red de metro.

A través de las redes diseñadas en este trabajo, no sólo es posible establecer para las entradas reales las salidas que debieran tener las redes de metro para ser eficientes, sino establecer un análisis de sensibilidad que proporcione para valores de las entradas pertenecientes a un intervalo, qué valores de targets serían los que debiera conseguir para ser eficientes.

Se pretende ampliar el trabajo realizando otros diseños más complejos de redes neuronales, estudiando el aspecto temporal para analizar la variación de la eficiencia en diversos periodos de tiempo, e introduciendo la entrada discrecional km/€ en el modelo DEA, para determinar el precio del ticket que proporciona la eficiencia en las redes de metro.

## Agradecimientos

Este trabajo se enmarca en los proyectos de investigación P06-TEP-02219 y TEP-5022 financiados en el programa de proyectos de Excelencia de la Junta de Andalucía y en el proyecto CEDEX PT-2007-003-08CCPP.

## Referencias

- Charnes A; Cooper WW; Rhodes E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. European Journal of Operational Research, Vol. 62, pp. 74-87.
- Chu, X.; Fielding, G.J; Lamar, B.W. (1992). Measuring Transit Performance Using Data Envelopment Analysis. Transportation Research A, Vol. 26, pp. 223-230.

- Cooper WW; Sieford LM; Tone K. (2000). *Data Envelopment Analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA solver software*. Kluwer Academic Publishers.
- Fielding, G.J., Babitsky, T.T., Brenner, M.E., (1985). Performance evaluation for bus transit. *Transportation Research*, Vol. 19:1, pp. 73–82.
- Gilbert, G.; Dajani, J. (1975). *Measuring the Performance of Transit Service*. University of North Carolina Press, Chapel Hill, NC.
- Hartgen, D.T.; Segedy, J.A. (1996). Peer groups for transit system performance. Working Paper, Center for Interdisciplinary Transportation Studies. University of North Carolina at Charlotte.
- Husain, N.; Abdullah, M.; Kuman, S. (2000). Evaluating Public Sector Efficiency With Data Envelopment Analysis (DEA): a Case Study in Road Transport Department, Selangor, Malaysia. *Total Quality Management*, Vol. 11, pp. 830-836.
- Karlaftis, M.G. (2004). A DEA approach for evaluating the efficiency and effectiveness of urban transit systems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 152, pp. 354–364.
- Kerstens, K. (1996). Technical Efficiency Measurement and Explanation of French Urban Transit Companies. *Transportation Research*, Vol. 30, pp. 431-452.
- Odeck, J.; Hjalmarsson, L. (1996). The Performance of Trucks – An Evaluation Using Data Envelopment Analysis. *Transportation Planning and Technology*, Vol. 20, pp. 49-66.
- Tone K. (2001). A slaks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, Vol. 130, pp. 498-509.
- Viton, P.A. (1992). Consolidations of Scale and Scope in Urban Transit. *Regional Sciences and Urban Economics*, Vol. 22, pp. 25-49.