

Un nuevo enfoque para la determinación de horarios de unidades rodantes

David Canca¹, Manuel Dios¹, Encarnación Algaba², Gabriel Villa¹

¹ Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Sevilla. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla. dco@us.es

² Dpto. de Matemática Aplicada II. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Sevilla. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092. Sevilla. ealgaba@us.es

Resumen

El objetivo principal en este trabajo es la programación de horarios de viajes en tren de acuerdo a los deseos de movilidad de los pasajeros, en el caso de frecuencias medias. Por tanto, se analiza el diseño de horarios en recorridos de media y larga distancia. Este problema, resulta de interés para satisfacer las necesidades de los usuarios, adicionalmente es significativo porque existen actualmente pocas aproximaciones sobre este tema. Otros aspectos que resultan inseparables del problema de scheduling, como la medición de la capacidad del servicio o la propia calidad del servicio, se estudian de manera conjunta.

Palabras clave: horarios de trenes, calidad de servicio, demanda, programación no lineal

1. Introducción

Uno de los aspectos esenciales en la gestión de redes de ferrocarril, ampliamente estudiado en la literatura existente, consiste en la determinación de los horarios de los trenes, puesto que ello afecta significativamente al nivel de satisfacción de los usuarios. En la actualidad, los mayores esfuerzos se centran en el proceso de resolución de los modelos de programación entera. Concretamente, este problema, ampliamente tratado (ver Cacciani, 2006), presenta particularidades en función del tipo de servicio que se desee prestar. En el caso de redes de metro o en redes de cercanías, donde la frecuencia suele resultar suficientemente alta, no es tan importante la determinación de horarios como la especificación de la frecuencia de servicio (ver Kovalyov y Cheng, 2007). Por el contrario, en el caso de media distancia y larga distancia, la demanda suele ser cautiva de los horarios (ver Vansteenwegen y Van Oudheusden, 2006). No obstante, un diseño inadecuado de los horarios pueda dar lugar a que los usuarios decidan utilizar modos alternativos. Cabría mencionar que, en este contexto, la mayoría de los trabajos no realizan consideraciones realistas sobre el comportamiento de la demanda a lo largo de un día completo de funcionamiento. En cualquier caso, son pocos los autores que abordan el problema de relacionar el scheduling de las unidades con la calidad del servicio prestado (Vansteenwegen y Van Oudheusden, 2006) con la capacidad real de la red (Burdett y Kozan, 2006, Abril et al., 2008, Canca, 2009 y Canca et al., 2009).

En este trabajo, se analizan de manera conjunta ambos aspectos, capacidad de los vehículos y demanda de transporte. Se propone un modelo que adecua los horarios a un comportamiento dinámico de la demanda y se caracteriza ésta de manera aproximada mediante el ajuste de funciones de demanda acumulada. Asimismo, se proponen dos métodos alternativos para

medir la calidad de servicio, considerando el número de pasajeros que deben esperar nuevas unidades y los tiempos medios de espera.

2. Estudio de la demanda

Usualmente, la caracterización de la demanda se realiza a partir de las denominadas matrices origen-destino. Estas matrices, usadas en general en diversos modelos de planificación, se obtienen a partir de extrapolaciones más o menos rigurosas de los datos obtenidos a partir de encuestas de movilidad y se suelen ajustar mediante la realización de conteos en lugares específicos de la red. Tradicionalmente, se caracteriza la demanda de manera discreta mediante diferentes matrices que suelen recoger los movimientos en determinados intervalos horarios para un día de diseño.

En nuestro caso, supondremos que disponemos de una descripción completa de la misma, de forma que cada uno de sus elementos es una función o *curva* de demanda que recoge los deseos de movilidad entre estaciones en cada instante de tiempo; es decir, supondremos conocida la matriz:

$$OD(t) = \begin{bmatrix} 0 & f_{12}(t) & \cdots & f_{1S}(t) \\ f_{21}(t) & 0 & \cdots & f_{2S}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{S1}(t) & f_{S2}(t) & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde $f_{ij}(t)$ representa la evolución diaria de la demanda entre la estación i y la estación j con $i, j = 1, \dots, S$, siendo S el número total de estaciones de la línea en estudio. En la parte inferior de la Figura 1, se muestra una posible curva de demanda entre dos estaciones cualesquiera, representada como $f_{ij}(t)$, esto es, la variación de la demanda de pasajeros que viajan entre la estación i y la j durante todo el día. Típicamente, estas curvas se suelen obtener a partir de tablas horarias de viajes generadas mediante extrapolación de los datos recogidos de las encuestas de movilidad y un posterior procedimiento de ajuste. Aunque pueden diferir mucho de un problema a otro, una característica importante y común que presentan todas ellas es la existencia de ciertos picos de demanda (máximos locales) en determinados momentos. Estos picos se corresponden con horas punta y generalmente se reducen a dos o tres al día.

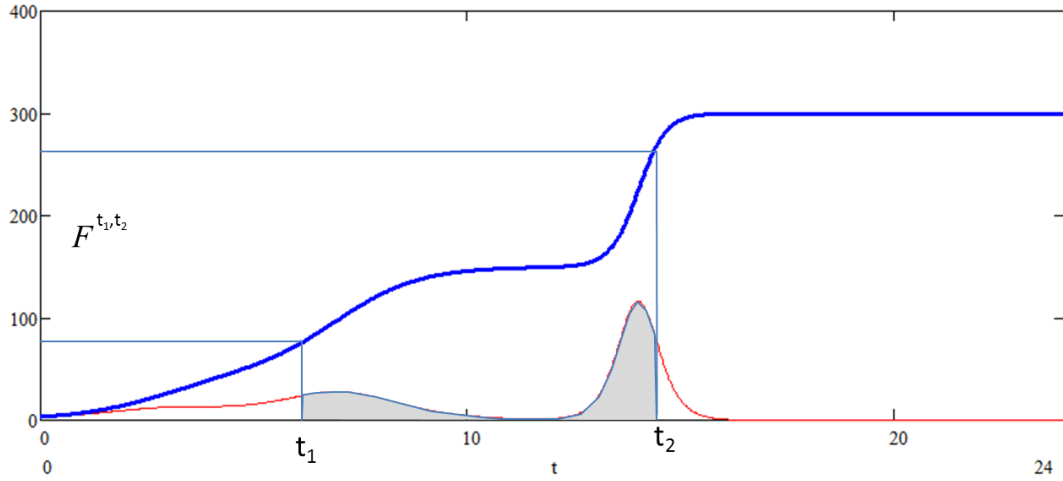


Figura 1. Funciones de demanda y demanda acumulada

Como se ha comentado, supondremos disponible una descripción completa de la matriz origen-destino como una función del tiempo. Más concretamente, en lo que sigue postularemos una dependencia funcional específica para estas curvas de demanda, si bien, para una mejor comprensión procederemos a ajustar y trabajar con las demandas acumuladas (función $F_{ij}(t)$ que puede observarse representada mediante una línea gruesa en la Figura 1).

La demanda acumulada en el instante t de diseño vendrá dada por la expresión:

$$F_{ij}(t) = \int_0^t f_{ij}(s) ds. \quad (2)$$

Entonces, el número de usuarios que llegan a la estación i -ésima con destino a la j -ésima durante el intervalo de tiempo $[t_1, t_2]$ será:

$$F_{ij}^{[t_1, t_2]} = F_{ij}(t_2) - F_{ij}(t_1) = \int_0^{t_2} f_{ij}(s) ds - \int_0^{t_1} f_{ij}(s) ds = \int_{t_1}^{t_2} f_{ij}(s) ds. \quad (3)$$

El área sombreada en la Figura 1 recoge el número de usuarios que llegan entre los instantes t_1 y t_2 y que van de la estación i a la j . Su valor, viene dado por el segmento $F_{ij}^{[t_1, t_2]}$ representado en el eje de ordenadas.

En este trabajo, proponemos para la demanda acumulada una aproximación dada por una combinación lineal de un número variable, M , de funciones sigmoideas, de acuerdo a la expresión

$$F_{ij}(t) = \sum_{r=1}^M \frac{K_{ij}^r}{1 + e^{-\beta_{ij}^r (t - x_{ij}^r)}}. \quad (4)$$

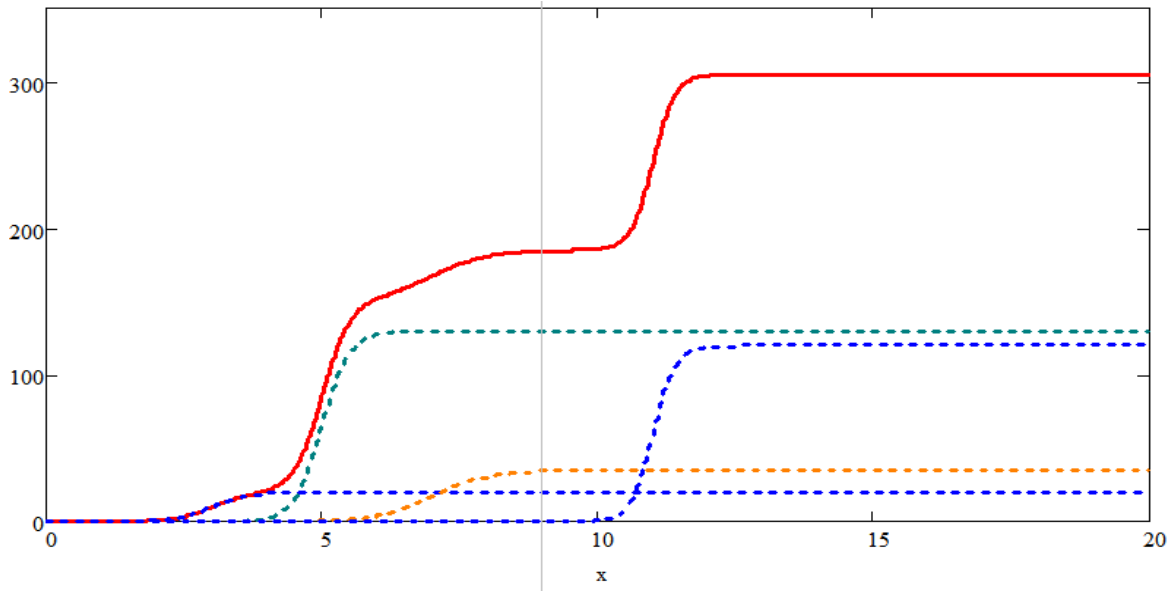


Figura 2. Funciones sigmoiales y demanda acumulada

El número de términos utilizados en la aproximación M representa el número de picos de demanda a lo largo del día. En esta expresión, para cada sigmoide, los parámetros K_{ij}^r , x_{ij}^r y β_{ij}^r representan el valor asintótico, el desplazamiento con respecto al tiempo y la pendiente. Estos parámetros se obtienen ajustando la función de demanda acumulada en el sentido de los mínimos cuadrados. Concretamente, el ajuste dinámico de estas funciones se realiza minimizando la suma de errores cuadráticos obtenidos como de la diferencia entre la función de demanda propuesta y los datos medidos en la línea entre estaciones para un día tipo.

$$\forall i, j = 1, \dots, S, \text{ con } i \neq j, \quad (5)$$

$$\text{Min} \left(\sum_{t=1}^T (y_{ij}(t) - F_{ij}(t))^2 \right),$$

s.a.

$$F_{ij}(t) = \sum_{r=1}^M \frac{K_{ij}^r}{1 + e^{-\beta_{ij}^r(t-x_{ij}^r)}},$$

$$K_{ij}^r \leq \max_{1 \leq t \leq T} y_{ij} \quad t,$$

$$\beta_{ij}^r \leq 0.999,$$

$$x_{ij}^r \leq T,$$

$$K_{ij}^r, \beta_{ij}^r, x_{ij}^r \geq 0.$$

3. Descripción del modelo

En esta sección, se presenta un modelo de optimización para determinar los instantes de salida de los trenes desde la estación origen y su paso por el resto de estaciones a partir de la caracterización de la demanda descrita en la sección anterior. Cabe mencionar que el modelo se puede aplicar a otro tipo de caracterizaciones de la demanda; incluso es adaptable para su aplicación a problemas en los que se utilicen funciones de demanda discretas, como las que se obtienen de las encuestas de movilidad.

3.1. Notación

n_{\min} : número mínimo de vagones en un tren.

n_{\max} : número máximo de vagones en un tren.

CAP_V : capacidad de un vagón.

CAP_{\min} : capacidad mínima de un tren.

$$CAP_{\min} = n_{\min} CAP_V.$$

T : horizonte de planificación en minutos, usualmente el equivalente a un día completo.

NT : Cota superior (pesimista) del número máximo de trenes necesarios para atender la demanda en el horizonte de planificación $[0, T]$,

$$NT = \frac{1}{CAP_{\min}} \max_i \left\{ \sum_{m=1}^i \sum_{r=i+1}^S F_{mr}^{0,T} \right\}.$$

t_i^k : instante de salida del tren k de la estación i -ésima.

N_i^k : número de personas que llegan a la estación i -ésima en el intervalo $[t_i^{k-1}, t_i^k]$,

$$N_i^k = \sum_{j=i+1}^S F_{ij}^{[t_i^{k-1}, t_i^k]} = \sum_{j=i+1}^S \left(\int_0^{t_i^k} f_{ij}(s) ds - \int_0^{t_i^{k-1}} f_{ij}(s) ds \right) = \sum_{j=i+1}^S \int_{t_i^{k-1}}^{t_i^k} f_{ij}(s) ds.$$

ns_{ij}^k : número de pasajeros llegadas a la estación i en el intervalo $[t_i^{k-1}, t_i^k]$ que, con destino a la estación j , toman el tren k .

ne_{ij}^k : número de pasajeros llegadas a la estación i en el intervalo $[t_i^{k-1}, t_i^k]$ que, con destino a la estación j , no toman el tren k .

E_i^k : número de pasajeros llegados a la estación i -ésima antes de t_i^{k-1} (i.e en el intervalo $[0, t_i^{k-1}]$) que están esperando en el andén antes de la salida del tren k .

ee_{ij}^k : número de pasajeros llegados a la estación i -ésima antes de t_i^{k-1} (i.e en el intervalo $[0, t_i^{k-1}]$) que no cogen el tren k .

es_{ij}^k : número de pasajeros llegados a la estación i -ésima antes de t_i^{k-1} (i.e. en el intervalo $[0, t_i^{k-1}]$) que cogen el tren k .

S_i^k : número de personas que en la estación i -ésima suben al tren k .

NPL_i^k : número de plazas libres en el tren k a su paso por la estación i -ésima.

n_k : número de vagones de la unidad k -ésima.

δ_k : binaria, igual a 1 si se programa el tren k .

3.2. Modelo

El primer conjunto de ecuaciones permiten obtener el número de pasajeros que llegan a la estación i -ésima para tomar el tren k -ésimo como la diferencia entre la demanda acumulada en el instante t^{k-1} y la demanda acumulada en el instante t^k

$$N_i^k = \sum_{j=i+1}^S F_{ij}^{[t_i^{k-1}, t_i^k]} = \sum_{j=i+1}^S \left(\int_0^{t_i^k} f_{ij}(s) ds - \int_0^{t_i^{k-1}} f_{ij}(s) ds \right) = \sum_{j=i+1}^S \int_{t_i^{k-1}}^{t_i^k} f_{ij}(s) ds. \quad (6)$$

Por otro lado, el número de personas que han llegado es la suma de aquellos usuarios que lograrán subir al tren k -ésimo $\left(\sum_{j>i} ns_{ij}^k \right)$ y los que no podrán hacerlo $\left(\sum_{j>i} ne_{ij}^k \right)$.

Nótese que se suma para todas las estaciones que siguen a la estación i -ésima. Sin pérdida de generalidad se supondrá que las ecuaciones se escriben numerando las estaciones de forma consecutiva. En la dirección contraria, basta con expresar la suma para $j<i$ si se usan los mismos ordinales. Por tanto,

$$N_i^k = \sum_{j>i} (ns_{ij}^k + ne_{ij}^k), \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \quad (7)$$

El número de pasajeros que suben al tren k -ésimo está formado por aquéllos que han llegado a la estación i -ésima en el intervalo $[t^{k-1}, t^k]$ y suben y aquéllos que habiendo perdido el tren $(k-1)$ -ésimo consiguen encontrar plaza en el tren.

$$S_i^k = \sum_{j>i} ns_{ij}^k + \sum_{j>i} es_{ij}^k, \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \quad (8)$$

El número de pasajeros que esperan el tren k habiendo llegado al andén antes de t_i^{k-1} es la suma de los que consiguen subir al tren k y de los que no pueden subir al mismo.

$$E_i^k = \sum_{j>i} (es_{ij}^k + ee_{ij}^k), \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \quad (9)$$

De aquí, justo en el instante en que el tren k abandona la estación i -ésima, el número de personas que quedan en el andén satisface

$$E_i^{k+1} = E_i^k + N_i^k - S_i^k, \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \quad (10)$$

Balance de capacidad de cada tren en cada una de las estaciones.

$$NPL_i^k = NPL_{i-1}^k + \left(\sum_{j<i} ns_{ji}^k + \sum_{j<i} e_{ji}^k s \right) - S_i^k, \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \quad (11)$$

$$NPL_1^k = n_k CAP_V, \quad k=1, \dots, K. \quad (12)$$

$$n_k \leq n_{\max} \delta_k, \quad k=1, \dots, K. \quad (13)$$

Relación de variables de programación de unidades

$$\delta_k \geq \delta_{k+1}, \quad k=1, \dots, K. \quad (14)$$

$$\begin{aligned} N_i^k, S_i^k, E_i^k, NPL_i^k &\geq 0, \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \\ ns_{ij}^k, ne_{ij}^k, es_{ij}^k, ee_{ij}^k &\geq 0, \quad \forall i, j=1, \dots, S, \quad i \neq j \text{ y } k=1, \dots, K. \\ t_i^k &\geq 0, \quad n_k \text{ entera}, \quad \delta_k \text{ binaria}, \quad \forall i=1, \dots, S, \quad k=1, \dots, K. \\ E_i^1 &= 0, \quad \forall i=1, \dots, S. \end{aligned} \quad (15)$$

Se proponen dos funciones objetivo. La primera, lineal, minimiza el número de usuarios esperando. La segunda, no lineal, minimiza la espera media. En ambos casos, el primer término de las funciones objetivo permite medir la calidad de servicio en términos de los usuarios que deben esperar y de los tiempos de espera, respectivamente. Se añaden términos que aseguran que las unidades viajen llenas y se maximizan las subidas de los viajeros.

$$\text{FO1.} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^{S-1} \sum_{k=1}^K E_i^k + NPL_i^k - S_i^k. \quad (16)$$

donde no se tienen en cuenta las personas que toman el primer tren después de haber llegado a una estación.

$$\text{FO2.} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^{S-1} \sum_{k=1}^K E_i^k (t_i^k - t_i^{k-1}) + \alpha NPL_i^k - \beta S_i^k. \quad (17)$$

Se minimiza la capacidad porque si no se incluye, los trenes viajan con muy poca gente. Se incluye la maximización de las personas que suben porque la capacidad está relacionada con el número de vagones pero el número de viajeros involucra otros aspectos.

En la expresión (17) los parámetros α y β representan valores reales positivos que nos permiten variar el peso de las plazas libres y el número de pasajeros que suben al tren k en la estación i -ésima, respectivamente.

El modelo se enriquece con limitaciones de velocidad en los distintos segmentos entre estaciones así como tiempos de seguridad entre llegadas y salidas (ver Canca, 2009).

4. Aplicación del modelo a la línea C5 de Renfe cercanías de Madrid

En este apartado se presenta, en primer lugar, una ilustración del proceso de ajuste para algunas de las funciones de demanda acumulada obtenidas para la línea C5 de Renfe Cercanías de Madrid. Concretamente, se consideran para el experimento seis estaciones: Móstoles Soto, Móstoles, Las Retamas, Alarcón, San José y Cuatro vientos. Como hemos comentado, este ajuste, se realiza a partir de una minimización de la suma de errores cuadráticos obtenidos como la diferencia entre la función de demanda propuesta y los datos medidos en la línea entre estaciones, para un día tipo. De hecho, en la Tabla 1, se muestran los datos obtenidos para las curvas de demanda acumulada para los casos San José-Cuatro Vientos, Alarcón-Cuatro Vientos, Alarcón-San José y Las Retamas-Cuatro vientos.

Notar que las gráficas correspondientes a la Tabla 1 muestran los resultados del ajuste para las funciones de demanda acumulada entre las estaciones mencionadas. El proceso de ajuste permite seleccionar el número de exponenciales adecuado, que, en este caso resulta ser de tres ($r=3$). Este resultado resulta razonable ya que en esta línea existen tres picos de demanda al día.

Los resultados que aparecen en la Figura 3, se han obtenido implementando el modelo descrito en *GAMS* utilizando *COINBONMIN* (ver Bonami et al.), para el caso, de un máximo de 20 trenes con un vagón como mínimo y con capacidad de 60 personas cada uno de ellos.

Notar que la solución obtenida para este modelo es de 19 trenes que en la gráfica corresponden a las líneas verticales. La gráfica muestra también las demandas acumuladas entre estaciones.

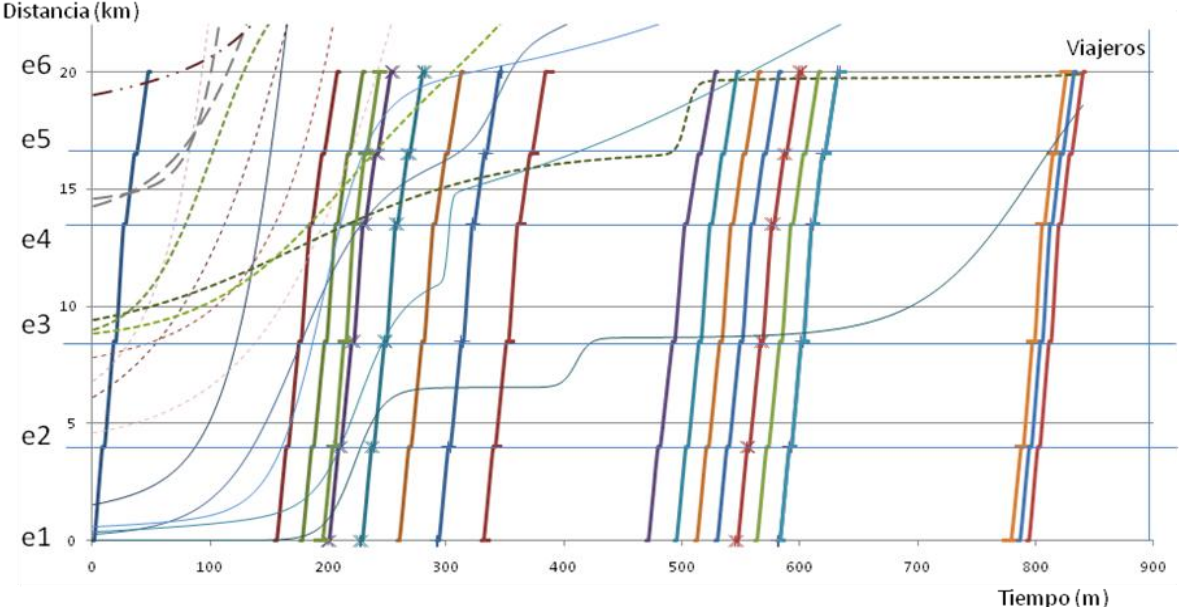
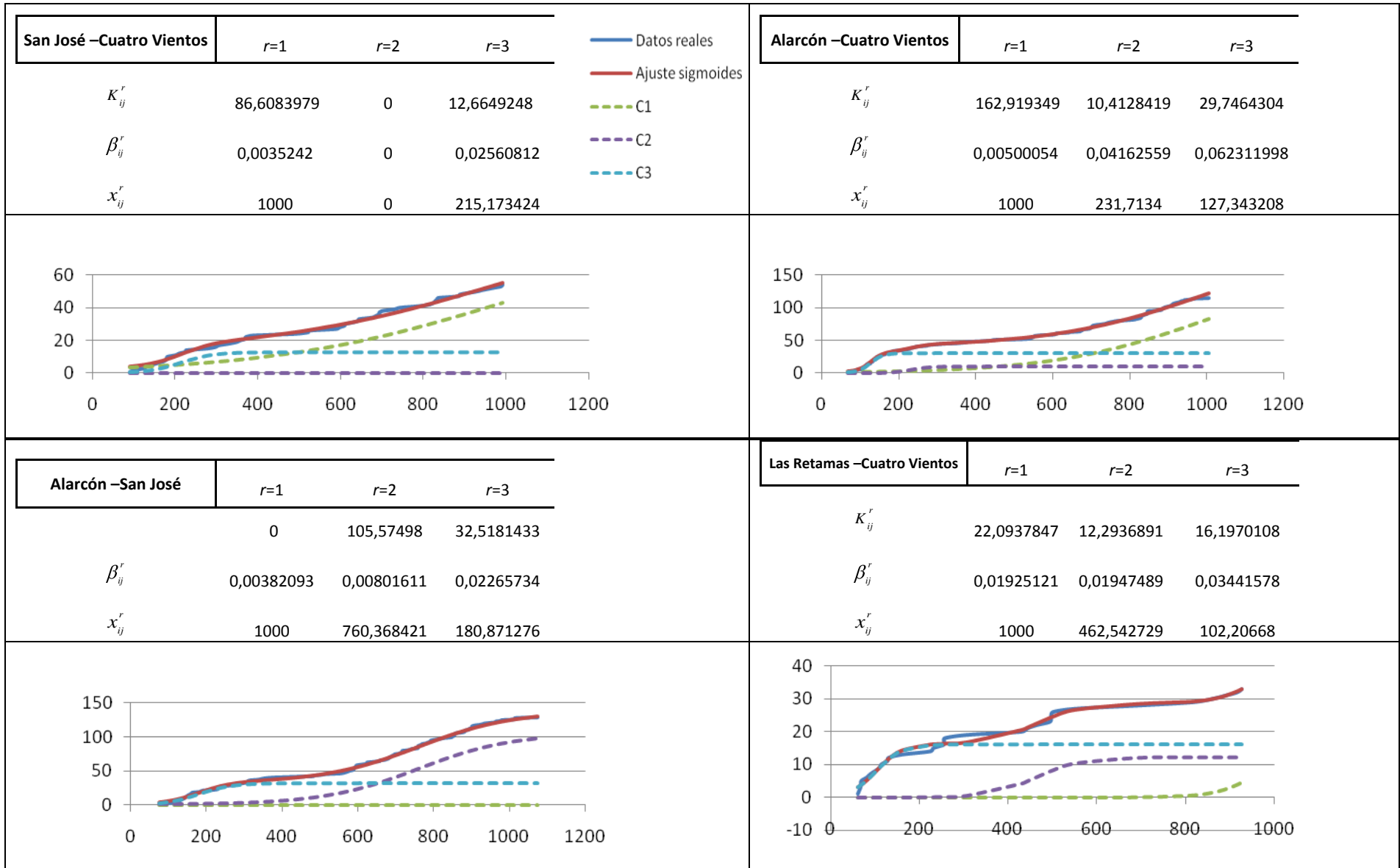


Figura 3. Funciones de demanda, demanda acumulada, número de trenes, tiempos de salida en minutos

Tabla1. Algunos ejemplos de curvas de demanda acumulada obtenidas para la línea C5



Agradecimientos

Este trabajo se enmarca en los proyectos de investigación P06-TEP-02219 y TEP-5022 financiados en el programa de proyectos de Excelencia de la Junta de Andalucía y en el proyecto CEDEX PT-2007-003-08CCPP. Nuestro agradecimiento también a RENFE Cercanías de Madrid por proporcionar datos e información relevante para el ajuste realista del modelo.

Referencias

- Abril M.; Barber F.; Ingolotti L.; Salido M.A.; Tormos P.; Lova A. (2008). An assessment of railway capacity. *Transportation Research*, Vol. 44, pp. 774-806.
- Bonami P.; Biegler L.T.; Conn A.R.; Cornejo G., Grossmann I.E.; Laird, C.D.; Lee J.; Lodi A.; Margot, F., Sawaya N.; Waechter A. (2005). An Algorithmic Framework for Convex Mixed Integer Nonlinear Programs. IBM Research Report. RC23771.
- Burdett R.L.; Kozan E. (2006). Techniques for absolute capacity determination in railways. *Transportation Research B*, Vol. 40, pp. 616-632.
- Cacchiani V. (2006). Models and Algorithms for Combinatorial Optimization Problems arising in Railway Applications. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, pp. 109-112. Springer Berlin / Heidelberg.
- Canca D. (2009). Operación mixta de una línea de ferrocarril. Análisis de capacidad y gestión de material rodante. *Dirección y Organización*. ISSN: 1132-175X. 39. pp. 45- 53.
- Canca D.; Zarzo A.; Espinosa P. (2009). Operación compartida de líneas de ferrocarril. Análisis de Capacidad. Un primer enfoque. *Proceedings of the 2nd Conference on Optimization Models for Robustness Planning and Emergency Management in Public Transportation. MORE 2009*. pp. 39-55. ISBN: 978-84-692-6689-2.
- D'Ariano A.; Pacciarelli D.; Pranzo M. (2007). A branch and Bound Algorithm Procedure for scheduling trains in a railway network. *European Journal of Operational Research*, Vol. 183, pp. 643-657.
- Kovalyov Y.; Ng. C.T.; Cheng T.C. (2007). Fixed interval scheduling: Models, applications, computational complexity and algorithms. *European Journal Of Operational Research*, Vol. 178, pp. 331-342.
- Vansteenwegen P.; Van Oudheusden D. (2006). Developing railway timetables which guarantee a better service. *European Journal of Operational Research*, Vol. 173, pp. 337-350.